

Critica de la teoría económica neoclásica*

Critique of neoclassical economic theory

*Alejandro Nadal***

ABSTRACT

This paper contains a critical examination of the main features and results of the general equilibrium theory (GET). We review GET's failure in its attempt to demonstrate global stability for the general case of a n -commodity market connected through a price system. This is a well known result based on the works of Arrow, Block, Hurwicz and Scarf; but it is now also a well established fact after the Sonnenschein-Mantel-Debreu theorem. The paper also covers the case of price formation in trading models (*non-tâtonnement*) where uniqueness of equilibrium is lost. The presence of the walrasian auctioneer and the difficulties inherent to the introduction of money are also examined. The essay also shows how GET fails to demonstrate the existence of a general competitive equilibrium with a fixed point theorem because the mappings that are used in this effort lack the economic interpretation commonly attributed to them. Finally, the essay also highlights some of the implications of this negative scorecard for neoclassical macroeconomic theory and its reductionist project with rational expectations and representative agents to provide "micro-foundations" to macroeconomic analysis.

Keywords: general equilibrium theory; stability; existence of the general competitive equilibrium; auctioneer; Sonnenschein-Mantel-Debreu theorem; micro-foundations.

* Artículo recibido el 5 de junio de 2019 y aceptado el 11 de junio de 2019. Los errores u omisiones son responsabilidad exclusiva del autor.

** Alejandro Nadal, El Colegio de México (correo electrónico: sirius.iceberg@gmail.com).

RESUMEN

Este ensayo examina críticamente las principales características estructurales y los resultados de la teoría del equilibrio general (TEG). Se revisa el fracaso de la TEG en su intento por demostrar estabilidad global para el caso general de un mercado de n bienes conectado por un sistema de precios. Este resultado negativo es conocido a partir de los trabajos de Arrow, Block, Hurwicz y Scarf; pero esa conclusión se reafirma de manera contundente con el teorema Sonnenschein-Mantel-Debreu. El ensayo también cubre los modelos de formación de precios con intercambios fuera del equilibrio (modelos de *non-tâtonnement*) en los que se pierde la unicidad del equilibrio. La presencia del subastador walrasiano y las dificultades para introducir el dinero también son analizadas. La TEG también falla en su intento de demostrar la existencia del equilibrio general competitivo con un teorema de punto fijo, toda vez que los mapeos utilizados en dicha demostración carecen de la interpretación económica que comúnmente se les atribuye. Finalmente, el ensayo analiza algunas implicaciones para la teoría macroeconómica neoclásica y el proyecto reduccionista con expectativas racionales y agentes representativos para dotar de “microfundamentos” al análisis macroeconómico.

Palabras clave: teoría del equilibrio general; estabilidad; existencia del equilibrio general competitivo; subastador; Sonnenschein-Mantel-Debreu; microfundamentos.

INTRODUCCIÓN

La metáfora de la mano invisible constituye, en la opinión de Arrow y Hahn (1971: 1), “la aportación intelectual más importante que el pensamiento económico ha hecho al entendimiento de los procesos sociales”. Esta afirmación entusiasta no debe hacernos perder de vista un hecho fundamental: la teoría económica neoclásica ha fracasado en su intento por demostrar que el proceso de mano invisible es algo más que una simple metáfora.

Sin duda la teoría del equilibrio general (TEG) es la teoría más desarrollada sobre el mercado. En el mundo académico persiste la idea de que este cuerpo teórico es la obra maestra de la disciplina. Esta percepción ha generado un estado de complacencia frente a los graves defectos de esta teoría. Por eso la enseñanza de la teoría económica pasa sobre los problemas de la TEG con gran

ligereza, y generaciones de economistas egresan de las universidades creyendo que esta teoría ha alcanzado buenos resultados. Así se transmite y perpetúa la idea falsa de que la TEG es un edificio que está bien cimentado. La verdad es que el éxito de la teoría de equilibrio general reside más en su capacidad para esconder sus fracasos que en la fortaleza de sus resultados teóricos.

Es importante recordar que en los años 1955-1966 se desarrolló un importante debate sobre el concepto de capital en los modelos que utilizan una función de producción agregada. Harcourt (1972) ofrece el relato analítico de este debate que se saldó con la aceptación por parte de los defensores de la teoría neoclásica de su derrota (Samuelson, 1966). Esa crítica es válida para los modelos en los que es utilizada una función de producción con una medida agregada de capital. Pero no afecta la TEG porque en ésta no se utiliza esa construcción y tampoco existe una tasa de ganancia de un factor de producción llamado capital. Existen bienes de capital, cada uno con su precio y tasa de retorno. Las aclaraciones de Hahn (1975 y 1981) y un examen rápido del modelo Arrow-Debreu son suficientes para aclarar este punto.¹

Quizás que la TEG no se viera afectada por la llamada “crítica de Cambridge” sobre la teoría del capital hizo que se olvidaran sus defectos principales.² En muchos economistas sobrevivió la idea de que la TEG era una referencia firme para la consolidación de la teoría económica como una verdadera disciplina científica. No quedaron muchos ánimos de hacer una crítica detallada de la teoría del equilibrio general.

La realidad es que la teoría de equilibrio general ha fracasado y adolece de muy graves defectos que no han sido bien aquilatados. En este ensayo abordamos la crítica a la TEG y mostramos sus principales resultados negativos. Algunos de los problemas que se abordan tienen tres características: son fundamentales, se les conoce desde hace décadas y, finalmente, se les ha ignorado sistemáticamente. Es de vital importancia recordarlos, examinar su naturaleza y apreciar sus implicaciones. Otros problemas han sido identificados más recientemente. Por ejemplo, en el caso

¹ Garegnani (1976) dirigió una crítica a esta defensa señalando que, en el fondo, la TEG implica un cambio importante en la noción de equilibrio al borrar las distinciones entre corto y largo plazo que eran tan importantes para los autores neoclásicos. Desde nuestra perspectiva, la verdadera crítica a la TEG está en sus fracasos en materia de estabilidad y existencia del equilibrio general competitivo.

² Por eso Hahn (1981) comentó que con críticas como las de la teoría del capital (que comparó con ataques de burbujas de jabón contra una fortaleza), la teoría neoclásica podía sentirse a salvo.

de los teoremas de existencia del equilibrio general competitivo, se puede afirmar que, hasta hace poco tiempo, no se había hecho una crítica detallada sobre su estructura y contradicciones. Aquí se busca colmar esta laguna.

Nuestro enfoque no descansa en una polémica sobre si los supuestos de la teoría son irrealistas o no. Se puede argumentar que todos los modelos son más o menos irrealistas y que lo que buscan es identificar las condiciones para alcanzar ciertos resultados y después relajar supuestos y condiciones hasta tener un modelo más robusto y realista. Así, la crítica sobre los supuestos irrealistas es insuficiente. En este ensayo examinamos si el modelo de la TEG produce los resultados para los que fue construido.

Antes de cerrar esta breve introducción es importante mencionar dos ejemplos que muestran que la crítica a la teoría económica neoclásica debe ser completa. El primero se relaciona con la controversia de la teoría del capital. La crítica sobre la teoría del capital dirigida a los modelos con una función de producción agregada no afectó la TEG. Sin duda esto apoyó la idea de que, si bien esa crítica estaba bien fundamentada, sus implicaciones eran irrelevantes. Eso explica que las funciones de producción agregadas siguieron apareciendo en los modelos macroeconómicos sin que nadie se sorprendiera. El segundo ejemplo es la crítica de Keynes a los principales postulados de la teoría de los “clásicos”. Esa crítica es certera, pero resultó ser insuficiente. La lección es clara: si la crítica no es completa, el análisis puede ser fácilmente ignorado (teoría del capital), o distorsionado y recuperado (en el caso de Keynes).

La estructura del artículo es como sigue: la sección I se concentra en la teoría de estabilidad del equilibrio general competitivo (EGC) incluye modelos con intercambios fuera del equilibrio; se examinan algunos problemas relacionados con la construcción de los agentes individuales en una sociedad descentralizada, la presencia del subastador walrasiano y la introducción del dinero, y culmina con un análisis de las implicaciones del teorema de Sonnenschein-Mantel-Debreu. La sección II analiza la demostración de existencia del EGC y hace especial hincapié en la interpretación económica de los mapeos utilizados en dicha demostración a través del teorema de punto fijo de Kakutani. La última sección presenta unas consideraciones sobre las implicaciones de esta crítica para la teoría macroeconómica.

I. ESTABILIDAD

La teoría del equilibrio general es la teoría más desarrollada sobre la formación de precios de equilibrio en una economía con múltiples mercados conectados por un sistema de precios. La importancia de esta teoría no es sólo académica, es la base de la idea de que los mercados deben dejarse en libertad, sin intervenciones de gobiernos u otros agentes externos a la economía. Es el fundamento de buena parte de la teoría macroeconómica moderna y la justificación de la política económica neoliberal.

El enfoque dominante de la teoría neoclásica del mercado está centrado en las propiedades de las posiciones de equilibrio. El punto de partida es que dadas las preferencias de los agentes individuales, la tecnología y las dotaciones de una economía, si se deja actuar libremente a las fuerzas competitivas del mercado, la economía alcanza una posición de equilibrio. En el equilibrio los planes de los agentes (derivados de planes de optimización individual) son mutuamente compatibles; pero es injustificado suponer que el mercado converge automáticamente con un equilibrio y que lo hace rápidamente. Lo que se necesita es una demostración de estabilidad. El criterio de eficiencia de la teoría del equilibrio general sólo es válido en el equilibrio. Por esta razón es de vital importancia tener una demostración de que las fuerzas del mercado conducen efectivamente la economía hasta ese punto de equilibrio.

La teoría del mercado más desarrollada es la teoría del equilibrio general. Esta teoría se inicia con los trabajos de León Walras (1952) y consiste en representar la economía como una serie de mercados interdependientes conectados por un sistema de precios. Esto hace que la TEG sea más realista y más rica en su poder explicativo sobre la dinámica de los mercados. Sin embargo, después de ofrecer una respuesta (no del todo satisfactoria) a la pregunta de si existía una solución a su sistema de ecuaciones en la lección 11 de sus *Elementos de economía política pura*, Walras señaló que lo más importante era mostrar que esa solución era la misma que alcanza el mercado por medio de la libre competencia. En la lección 12 presentó un esquema para demostrar ese punto, introduciendo un mecanismo que llegó a ser conocido como *tâtonnement* o de tanteo. Pero Walras no pudo demostrar efectivamente cómo el mercado conduce a una asignación de equilibrio.

El problema quedó sin solución y permaneció desatendido hasta que Hicks (1939) examinó las condiciones de estabilidad estática para un sistema

de ecuaciones en el que era posible tomar en cuenta el efecto de las variaciones de un precio sobre los precios de los demás bienes. Sin embargo, el trabajo de Hicks se limita a identificar las condiciones matemáticas del equilibrio y encuentra que las condiciones con las cuales el sistema de ecuaciones tiene la propiedad de estabilidad perfecta son que los menores principales del Jacobiano de las funciones de demanda excedente tengan signos alternados.³ Estas condiciones no fueron consideradas satisfactorias porque no representan el proceso “dinámico” de formación de precios de equilibrio. Samuelson (1948) criticó este enfoque señalando que lo que se necesitaba era reproducir el proceso dinámico de formación de precios de equilibrio con ecuaciones capaces de mostrar el efecto de las variaciones en los precios sobre las demandas excedentes.

1. Estabilidad en modelos de tanteo (tâtonnement)

El primer modelo verdaderamente dinámico para estudiar el problema de la estabilidad del EGC se encuentra en Arrow y Hurwicz (1958) y Arrow, Block y Hurwicz (1959). Estos autores utilizaron un modelo en el que no se permitían transacciones fuera del equilibrio, lo que implicaba que las asignaciones iniciales de los agentes no se modificarían a lo largo del proceso de formación de precios de equilibrio. En ese mismo modelo los agentes son simples tomadores de precios y el ajuste de precios se lleva a cabo mediante un proceso anónimo por un agente especial conocido como el subastador Walrasiano. Regresaremos sobre este punto más adelante.

Para construir un modelo dinámico que permita demostrar que en el caso general (con n mercados interdependientes conectados por un sistema de precios), las fuerzas de mercado conducen a la formación de precios de equilibrio y se utiliza un sistema de n ecuaciones diferenciales que expresa las demandas excedentes $z_i(p)$ de los n mercados ($i = 1, 2, \dots, n$). Ese sistema de ecuaciones es utilizado para describir el proceso dinámico del ajuste cuando los mercados se encuentran en desequilibrio.

Las propiedades del sistema son las siguientes:

1. (C) Continuidad de las funciones.
2. (H) Homogeneidad $z_i(p) = z_i(\alpha p)$, $\alpha > 0$, $\alpha \in R$

³ El Jacobiano es la matriz de las derivadas parciales de primer orden de una función vectorial.

3. (W) Ley de Walras $\sum_{i=1}^n p_i \cdot z_i(p) = 0$
 4. (S) Regla de comportamiento del subastador $\frac{dp_i}{dt} = F^i[z_i(p)]$

La condición de homogeneidad de grado cero de las funciones de demanda excedente permite restringir el análisis a vectores de precios que están en el simplejo de precios, conjunto que tiene como elementos a los vectores de precios p cuyos componentes tienen la propiedad siguiente:⁴

$$P = \{p \mid p \in R^n, p_i \geq 0, i = 1, \dots, n, \sum_{i=1}^n p_i = 1\} \quad (1)$$

La ley de Walras es la expresión de la sumatoria de todas las restricciones de presupuesto en la economía; por lo tanto, esa relación se cumple tanto en el equilibrio como en el desequilibrio. Finalmente, la regla del subastador es una función de ajuste de precios que conserva el signo de la función de demanda excedente de cada mercado. Esto significa que se cumple la ley de la oferta y demanda: cuando la demanda excedente es positiva (negativa) el subastador aumenta (disminuye) el precio correspondiente.

La economía ahora se describe con el siguiente sistema de ecuaciones para los n mercados ($i = 1, \dots, n$):

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = F^i[z_i(p)] \quad (2)$$

La función F es continua y conserva el signo de la demanda excedente. Un estado de equilibrio p^* es globalmente estable si $\phi(t, p^0, t^0) \rightarrow p^*$ cuando $t \rightarrow \infty$ independientemente del valor de (p^0, t^0) . Lo que se busca es demostrar que independientemente del punto de partida de un proceso de mercado, el sistema (2) converge a un vector de precios de equilibrio p^* en el que todas las demandas excedentes se anulan. Eso significaría que las fuerzas del mercado conducen al sistema a una asignación de equilibrio.

Arrow y Hurwicz (1958) y Arrow et al. (1959) demostraron que el sistema es globalmente estable.⁵ La demostración utiliza el segundo método

⁴ Como veremos más adelante, el verdadero interés de trabajar con este conjunto P de vectores de precios es que es convexo y compacto (cerrado y acotado).

⁵ La terminología de la teoría neoclásica es algo engañosa si no se le define más rigurosamente. La estabilidad local corresponde a una situación en la que una vez alcanzado un equilibrio se analiza el caso de una perturbación de dicho equilibrio. Si la perturbación desata fuerzas que permiten regresar a la posición inicial de equilibrio, entonces se habla de una estabilidad local. En cambio, la estabilidad global implica una visión distinta: si a partir de cualquier posición de desequilibrio las fuerzas de mercado con-

de Liapunov (Takayama, 1985) que se aplica a la distancia euclidiana entre dos vectores de precios. Pero ese resultado depende crucialmente de uno de dos supuestos adicionales: o se introduce el supuesto de que todos los bienes en la economía son sustitutos brutos, o se supone que el axioma débil de preferencias reveladas se cumple a nivel de mercado. El primer supuesto implica que $\frac{\partial z_i(p)}{\partial p_j} > 0$ para todas las $i \neq j$, lo que impone una restricción muy restrictiva. El segundo supuesto es lógicamente inconsistente porque el axioma débil de preferencias reveladas no se cumple a nivel agregado o de mercado. Lo importante es que con cualquiera de estos dos supuestos y las condiciones habituales, (C), (H) y (W), es posible obtener $\sum_{i=1}^n p_i^* z_i(p) > 0$ (Takayama 1985: 326). Este lema sólo dice que en una situación de desequilibrio la suma de las demandas excedentes evaluadas a los precios de equilibrio arroja siempre un valor positivo. Este lema es fundamental en la demostración de estabilidad global. Es importante examinar la demostración resumida para apreciar sus alcances.

La demostración de estabilidad procede al definir una función de distancia euclidiana:

$$D(t) = \|p(t) - p^*\|^2 = \sum_{i=1}^n [p_i(t) - p_i^*]^2 \quad (3)$$

y obteniendo la derivada de $D(t)$ respecto de t :

$$\frac{dD(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\sum_{i=1}^n \{p_i(t) - p_i^*\}^2 \right] = 2 \sum_{i=1}^n \{p_i(t) - p_i^*\} \frac{dp_i}{dt} \quad (4)$$

Reescribiendo:

$$= 2 \sum_{i=1}^n \{p_i(t) - p_i^*\} z_i(p) = 2 \left\{ \sum_{i=1}^n p_i(t) z_i(p) - \sum_{i=1}^n p_i^* z_i(p) \right\} \quad (5)$$

Por W que se cumple en todo momento (durante y al concluir el proceso de ajuste) tenemos el resultado siguiente:

$$\frac{dD(t)}{dt} = -2 \sum_{i=1}^n p_i^* \cdot z_i(p) \quad (6)$$

y ahora sabemos por el lema que $\sum_{i=1}^n p_i^* \cdot z_i(p) > 0$ y, por lo tanto, tenemos el resultado siguiente: $dD(t)/dt < 0$. Lo que significa que la distancia euclidiana

duce a una posición de equilibrio, entonces existe estabilidad global. Lo que importa es la estabilidad global como proceso de formación de precios de equilibrio.

diana entre cualquier vector de precios y el vector de precios de equilibrio se reduce monotónicamente a medida que se lleva a cabo el ajuste de precios. En vista de que la función está acotada el proceso de convergencia queda asegurado.

Los resultados alcanzados son completamente insatisfactorios y no permiten afirmar que las fuerzas de mercado conducen a un equilibrio general competitivo. Este descalabro no se debe a que los supuestos tienen poco que ver con la realidad (lo cual, dicho sea de paso, es cierto). El problema es mucho más serio: aun cuando se acepten todos los supuestos irrealistas y condiciones restrictivas, el modelo es incapaz de mostrar que en un contexto de precios flexibles el mercado converge al equilibrio. Con razón Fisher (1983: 1) afirma que la teoría del *tâtonnement* dejó de existir en 1960. Desgraciadamente muchos economistas no se han dado por enterados.

Una de las conclusiones de Arrow, Block y Hurwicz fue que no se habían encontrado evidencias de que el proceso de formación de precios fuera inestable en lo general. De esta afirmación se desprendió la conjetura de que en general era válido suponer que el proceso de formación de precios tenía la propiedad de estabilidad global. Sin embargo, Scarf (1960) demostró que esa conjetura no se justificaba, y con un contraejemplo puso fin a la ilusión de que el modelo de equilibrio general podría ser estable a partir de los supuestos microeconómicos básicos para su construcción. Los supuestos de sustituibilidad bruta para todos los bienes o el del axioma débil de preferencias reveladas a nivel de mercado eran absolutamente indispensables para alcanzar los resultados de Arrow, Block y Hurwicz.

Este proceso de formación de precios de equilibrio se desarrolla con la intervención de un agente llamado “subastador” que se encarga de anunciar y ajustar precios porque los agentes son simples “tomadores de precios”. Sin embargo, es menos conocido que los agentes deben estar impedidos para realizar cálculos basados en la historia del proceso o en anticipaciones sobre lo que piensan que pudieran ser los ajustes de precios en el futuro. La razón es sencilla: durante el proceso de ajuste de precios los agentes deben creer que pueden realizar todas las transacciones que deseen los precios anunciados por el subastador; de lo contrario no podrían calcular sus planes de maximización. Es decir, los agentes deben pensar estúpidamente que los precios en cada momento son precios de equilibrio (Fisher, 1989), aunque su creencia sea desmentida en cada iteración del proceso. Para acompañar este supuesto, los agentes tampoco deben poder recordar lo que ha sido el proceso de ajuste

de precios, porque podrían entonces hacer cálculos y anticipar cambios en los precios, de tal manera que sus demandas y ofertas el día de hoy estarían reflejando sus anticipaciones sobre los precios de mañana. El subastador estaría agregando ofertas y demandas que no estarían respondiendo a los mismos precios. No es exageración decir que los agentes en el modelo de Arrow-Debreu son amnésicos, miopes y autistas. Aun así el modelo de la TEG es incapaz de proporcionar una buena prueba de estabilidad global.

2. Modelos de no tanteo (non-tâtonnement)

En la década de los setenta se comenzó a desarrollar una familia de modelos de formación de precios que permitían los intercambios antes de alcanzar una posición de equilibrio. Una síntesis de la estructura de estos modelos se encuentra en Negishi (1962), quien introduce el nombre de modelos de *non-tâtonnement* o no tanteo. Los modelos de tanteo y de no tanteo tienen una arquitectura radicalmente distinta: en los primeros los intercambios no se realizan sino hasta que se ha alcanzado un vector de precios de equilibrio, mientras que en los segundos los intercambios se realizan a lo largo del proceso de ajuste y cesan cuando se ha alcanzado el equilibrio. Estos modelos de no tanteo son en cierto sentido más realistas al permitir transacciones en desequilibrio y, además, no necesitan la introducción de supuestos como el de sustituibilidad o el axioma débil de preferencias reveladas a nivel de mercado. En contraste con la expresión (2), el sistema en un modelo con intercambios fuera del equilibrio (modelo de no tanteo) es remplazado por:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{i=1}^m x_{ij} [p(t), \bar{x}_1(t), \dots, \bar{x}_m(t)] - \sum_{i=1}^m \bar{x}_{ij}(t) \quad (7)$$

y

$$\frac{d\bar{x}_{ij}(t)}{dt} = G_{ij} [p(t), \bar{x}_1(t), \dots, \bar{x}_m(t)] \quad (8)$$

donde x_{ij} es la demanda de la mercancía j por el agente i , $\bar{x}_{ij}(t)$ es la dotación del bien i en posesión del agente b en el tiempo t . A medida que se realizan intercambios durante el proceso de ajuste (en desequilibrio), la matriz de dotaciones de bienes se modifica. La riqueza de los agentes individuales no cambia (porque los intercambios siempre se realizan entre equivalentes),

pero la composición de las dotaciones sí se altera. Esto es lo que produce el efecto sendero-dependiente de todo el proceso.

El modelo con intercambios fuera del equilibrio cumple la regla de los “mercados bien organizados” que se debe a Hahn y Negishi (1962). Esta regla establece que una vez que se han llevado a cabo intercambios puede existir una demanda o una oferta insatisfecha, pero no ambas a la vez. Por ejemplo, puede haber agentes que quieran comprar la mercancía k a los precios corrientes, o agentes que quieran vender unidades de k a esos precios, pero no ambas cosas simultáneamente. O sea que en el cierre de los mercados no coexisten demandas excedentes con ofertas excedentes insatisfechas. Aunque es un supuesto fuerte, se le ha considerado menos restrictivo que los supuestos de otros procesos.

Bajo este supuesto, un agente con una demanda excedente positiva de un bien siempre encontrará que la demanda excedente agregada de esa mercancía tendrá el mismo signo. Como los precios se ajustan en la misma dirección que el signo de la demanda excedente, cada agente observará que, fuera del equilibrio, las mercancías que desea adquirir (pero que en los últimos intercambios no pudo) se están encareciendo; mientras que las mercancías que desea vender (y que no pudo) se están abaratando. Su utilidad objetivo se está reduciendo a cada paso durante el ajuste de precios. La suma de las utilidades objetivo de todos los agentes en la economía puede ser utilizada como una función Liapunov que permite demostrar la estabilidad del proceso.

El supuesto de los mercados ordenados significa entonces que:

$$\begin{aligned} z_{hi} > 0 &\Rightarrow z_i > 0 \Rightarrow p_i > 0 \\ z_{hi} < 0 &\Rightarrow z_i < 0 \Rightarrow p_i < 0 \end{aligned} \tag{9}$$

En el modelo tenemos la función de utilidad del agente h :

$$U_h = U_h(X_{h1}(t), x_{h2}(t), \dots, x_{hn}(t)) \tag{10}$$

y su diferencial:

$$\frac{dU_h}{dt} = \frac{\partial U_h}{\partial x_{h1}} \cdot \frac{dx_{h1}(t)}{dt} + \dots + \frac{\partial U_h}{\partial x_{hn}} \cdot \frac{dx_{hn}(t)}{dt} \tag{11}$$

La condición de maximización $\partial U_b / \partial t = \lambda_b p_i$ (donde λ_b es el multiplicador de Lagrange) permite reescribir (11):

$$\frac{dU_b}{dt} = \lambda_b p_1 \frac{dx_{b1}(t)}{dt} + \dots + \lambda_b p_n \frac{dx_{bn}(t)}{dt} \quad (12)$$

Sabemos que $\lambda_b > 0$, y debido al supuesto de los mercados bien ordenados, se obtiene $p \cdot dx_b(t)/dt < 0$; por lo tanto, la diferencial $dU_b/dt \leq 0$ y Hahn y Negishi (1962) pueden definir así una función Liapunov $V(P, X) = \sum_b U_b(X)$, que es estrictamente descendente fuera del equilibrio. La interpretación es que las utilidades objetivo de los agentes en la economía están disminuyendo. Esas utilidades se reducen hasta el punto en el que los planes individuales son compatibles, situación que se verifica en el equilibrio.

Los modelos de no tanteo (*non-tâtonnement*) no necesitan del supuesto de sustituibilidad bruta o del axioma débil de preferencias reveladas a nivel de mercado. Se podría argumentar, además, que tienen la virtud de ser algo más realistas que los modelos de tanteo al permitir intercambios fuera del equilibrio. Pero tienen un problema nuevo: el proceso de formación de precios es sendero-dependiente, porque al permitirse las transacciones fuera del equilibrio las asignaciones de los agentes se modifican conforme el proceso de ajuste avanza y el conjunto de puntos de equilibrio también se modifica a cada paso; pues depende no sólo de las condiciones iniciales sino del sendero seguido durante el proceso de ajuste. En el modelo con producción y consumo se presenta un efecto de histéresis porque los equilibrios dependen no sólo del estado actual del sistema sino de la historia pasada del sistema (Fisher, 1983). Todo esto hace muy difícil, por no decir imposible, el análisis de estática comparativa. Por esta razón no sorprende que los modelos de no tanteo hayan sido relegados al olvido.

3. Equilibrio general: *un modelo no monetario*

Los modelos de no tanteo tienen un problema adicional: durante el proceso de ajuste los intercambios son permitidos, pero no existe una garantía de que esos intercambios puedan realizarse en ausencia de la moneda.

Sin tales intercambios no se cumple la regla de los mercados bien ordenados, que es esencial para el proceso de ajuste en los modelos de no tanteo. La moneda debe estar presente desde el momento en el que se realizan las transacciones fuera del equilibrio (Arrow y Hahn, 1971; Fisher, 1983).

La introducción del dinero en los modelos de equilibrio general es problemática. En el no tanteo los intercambios cesan en el equilibrio y, por lo tanto, la demanda de dinero por el motivo de transacciones desaparece. Si no se incluye el dinero en la función de utilidad, no es posible justificar que los agentes detenten dinero en el equilibrio. Pero si la moneda es un objeto sin valor de uso (utilidad intrínseca) es difícil explicar cómo los agentes incluyen un objeto sin valor de uso en su función de utilidad. Habría que introducir el postulado de que dicho objeto siempre tiene un precio positivo. Pero aún ese postulado no acaba de explicar por qué aceptan detentar dicho objeto en un mundo en el que ya no hay transacciones posibles.

Todo esto nos lleva a un tema delicado en el contexto de la crítica de la teoría neoclásica y justifica una pequeña digresión. Si el valor de los bienes depende de su utilidad (valor de uso), para la moneda (fiduciaria) tenemos una relación diferente, porque su utilidad depende de su valor. Si la moneda es un bien que no tiene valor de uso (utilidad directa), ¿cómo justificar su precio positivo? El problema no ha recibido una solución adecuada en la TEG, lo que plantea un problema de enorme importancia para el desarrollo de esta teoría. Por ejemplo, si no se introduce el dinero es difícil desarrollar el modelo para incluir las empresas y el mundo de la producción. Sin un medio de pago generalizado en el que se puedan medir las ganancias, no se puede explicar la actividad de las empresas, pues carecerían de incentivos para producir y vender cualquier mercancía. Este problema fue reconocido en Arrow y Hahn (1971), pero su solución (introducir una moneda que tiene utilidad propia) es insatisfactoria.

El problema de la introducción de la moneda en el modelo de equilibrio general es indicativo de un problema más profundo de la teoría del valor. Hahn (1968) considera una demostración de que el modelo de equilibrio general siempre contiene la posibilidad de una solución no monetaria o, lo que es lo mismo, de un equilibrio general con precio nulo de la moneda (su demanda sería cero para cualquier vector de precios y esa es una característica de un equilibrio). De esta manera, Hahn concluye que, en vista de que la moneda (fiduciaria) no es un bien con utilidad directa o con valor intrínseco, es imperativo introducir el postulado de que su precio siempre es positivo,

lo que es incompatible con los principios de la teoría del valor.⁶ En realidad, como bien demuestra Benetti (1990), el planteamiento de Hahn es una muestra de las confusiones y ambigüedades que surgen en la teoría neoclásica en relación con la integración de la moneda con su teoría del valor.

Respecto del tema monetario, la teoría del equilibrio general se desarrolla en términos de precios relativos. Los precios son tasas de sustitución de unas mercancías por otras. El sistema de precios está cimentado en el uso de un numerario que sirve como unidad de cuenta común y permite trabajar en el modelo con el supuesto de unicidad de precios por mercancía. Pero en ausencia de dinero este mecanismo no permite resolver el problema de los intercambios y, de hecho, se introduce un rompimiento entre determinación de precios y realización de transacciones. Veendorp (1970) ha mostrado que en los modelos de *tâtonnement* la realización de los intercambios, una vez que ha culminado el proceso de formación de precios, puede no ser posible. No se justifica entonces suponer *a priori* que, en ausencia de un medio de pago general, las transacciones en un esquema descentralizado se pueden llevar a cabo. La condición que permite el trueque (coincidencia de necesidades recíprocas) no necesariamente se cumple y el proceso de transacciones puede llegar a bloquearse, lo que representa un problema grave. En ausencia de un análisis sobre el proceso de transacciones no se puede asumir que, en general, un vector de precios de equilibrio permite que las demandas excedentes se anulen y se alcance la compatibilidad de planes en el agregado.

4. *El subastador walrasiano*

Los problemas para la teoría de la estabilidad del equilibrio general no terminan aquí. En realidad, Arrow y Hahn (1971: 322) señalan que aun cuando se hubiera podido demostrar la estabilidad global del equilibrio, ese resultado no hubiera sido útil para emitir juicios sobre el desempeño del mecanismo de precios. Esto se debe a la presencia del subastador walrasiano.

Este agente desempeña varias funciones clave en el proceso de formación de precios: anuncia precios, recoge la información de las demandas y las ofertas en cada mercado para poder determinar la demanda excedente y realiza el ajuste de precios en conformidad con la ley de la oferta y la demanda,

⁶ En Arrow y Hahn (1971: 338-340) se incluye un bien llamado dinero que tiene valor de uso y entra en la función de utilidad de los agentes. Ésta es una pésima teoría monetaria, como bien reconocen los autores.

para volver a anunciar el nuevo vector de precios. Si hay una demanda excedente positiva (negativa) en el mercado de un bien, aumenta (disminuye) el precio de ese bien. Como los agentes son tomadores de precios, la presencia del subastador es indispensable para realizar el ajuste de precios. Pero esta figura es una agencia central que contradice el mismo objeto de la teoría del equilibrio general, a saber, la demostración de que una economía de mercado descentralizada alcanza una posición de equilibrio.

La razón por la que el subastador se introduce en los modelos de equilibrio general es más profunda de lo que comúnmente se piensa. Arrow y Hahn (1971) apuntan hacia este problema al señalar que el análisis en la TEG está basado en el supuesto de que en todo momento existe un solo precio para cada mercancía. Es por eso que, en realidad, el subastador no es una figura que simplemente anuncia o da a conocer “precios”. Walras fue el primero en demostrar que dar a conocer cualquier colección de precios —por ejemplo, tomando por separado los precios de pares de mercancías— sería caótico. En realidad, el subastador da a conocer precios en términos de una unidad de cuenta o *numéraire* y eso da coherencia a toda la economía.

El subastador es entonces la solución para el problema que surge cuando se pasa de un mercado de dos mercancías al caso general de n bienes. En ausencia de un *numéraire* el proceso de mercado no se puede llevar a cabo en el caso general, porque si los precios no están configurados como sistema de precios se presentan oportunidades de arbitrajes. Para evitar esa posibilidad, Walras supone que existe un sistema de precios en el sentido siguiente: los precios relativos de dos mercancías expresadas en términos de ellas mismas deben ser iguales a la razón de los precios de esas dos mercancías expresadas en una tercera mercancía. En los términos de Walras (1952: 119):

$$P_{a,b} = \frac{P_{a,c}}{P_{b,c}} \quad (13)$$

Esta condición elimina la posibilidad de arbitrajes, porque cualquiera que sea el sendero de las transacciones, el resultado final siempre será el mismo. Benetti (1985) ha demostrado que el sistema de precios es introducido como un postulado y no es el resultado de un proceso de mercado como pretende Walras en la lección 11 de su obra.

Es en este sentido que se tiene unicidad de precios por mercancías. Aquí yace uno de los más graves problemas de la teoría del equilibrio general: sin la figura incómoda del subastador no es posible comenzar a modelar

el proceso de mercado. Como señala Benetti (2002), la introducción del subastador walrasiano se lleva a cabo no para resolver el problema de quién ajusta los precios en un régimen de competencia perfecta, sino para superar la dificultad de la indeterminación de precios de desequilibrio. Obviamente el costo es muy alto. La presencia del subastador contradice el objeto de la teoría que busca explicar cómo se forman los precios de equilibrio en una economía descentralizada.

Hahn (1989) reconoce que cualquier intento de eliminar al subastador del modelo de equilibrio general enfrenta “dificultades teóricas formidables”. Por eso no hay muchos ejemplos en la teoría neoclásica de trabajos que buscan eliminar la figura del subastador. Quizás el más interesante es el de Fisher (1983), que en el contexto de un modelo de no tanteo introduce un proceso de formación de precios sin subastador. Pero ahora que la economía se encuentra sin subastador, el problema es que los agentes deben percibir que se encuentran en una situación de desequilibrio y que existen oportunidades para realizar arbitrajes. Eso significa que deben ser capaces de percibir que los precios pueden cambiar.

Fisher pregunta si es posible concebir una economía que converge a un equilibrio con agentes racionales y conscientes de que la economía se encuentra en un desequilibrio. Su respuesta es negativa. La explicación es la siguiente: en el desequilibrio siempre surgirán nuevas oportunidades de arbitrajes que retrasarían el proceso de convergencia al equilibrio hasta hacerlo interminable. Si los agentes perciben esas oportunidades de arbitrajes, reelaborarán sus planes hasta agotarlas. La convergencia al equilibrio depende, además de los supuestos tradicionales en los modelos de no tanteo, de una condición sumamente fuerte y restrictiva que Fisher (1983:86) denomina el postulado de “no sorpresas favorables”. En estas condiciones la economía cesaría de experimentar cambios tanto por el lado de la producción (nuevos procesos o productos) como por el de los efectos riqueza que podrían aparecer y que podrían permitir a los agentes recalcular sus planes. El supuesto de “no sorpresas favorables” es extremadamente restrictivo; pero es necesario, pues de lo contrario será imposible construir un modelo en el que la economía converge al equilibrio. En otras palabras, la desaparición (arbitraria) de nuevas oportunidades es una condición necesaria para la demostración de estabilidad. Según Fisher (1983: 181), la falta de realismo de esta condición se compensa con que, una vez que se eliminan estas perturbaciones

que constantemente sufre la economía, se puede garantizar la convergencia al equilibrio.

Fisher deja clara su insatisfacción con la condición de “no sorpresas favorables” por considerarla muy restrictiva. En realidad, hay que decir que es una condición terminal, pues el proceso mismo de formación de precios se destruye con la introducción de este postulado en el momento en el que la economía deja de sufrir el choque de sorpresas favorables. Concluimos entonces que el esfuerzo de Fisher para deshacerse de la figura del subastador es infructuoso.

5. *Los agentes individuales: el problema del acotamiento*

El modelo de equilibrio general tiene como objetivo mostrar la manera en que una economía de m agentes con planes egoístas es llevada a la armonía social por medio de las fuerzas del mercado. La construcción de los agentes individuales debe permitir alcanzar los objetivos planteados para el modelo completo. Lo más importante es que en el modelo de la teoría del equilibrio general los agentes solamente conocen la información sobre su dotación de recursos, sus preferencias y su tecnología (en el caso de los productores). Es decir, sólo poseen información privada y la única información social que comparten todos los agentes es el vector de precios. Hasta aquí todo parece normal, porque lo que busca el modelo de la TEG es explicar cómo ese dispositivo social —que es el mercado— hace compatibles los planes de estos agentes egoístas. El egoísmo de los agentes consumidores se presenta formalmente con una función de utilidad sujeta a la restricción de presupuesto, y para los productores por una función de ganancia dada su tecnología de producción.

En este modelo los consumidores se especifican como campos de preferencias (X_i, \succsim_i) y la función de demanda correspondiente $\phi_i(p)$. Los conjuntos de posibilidades de los consumidores se definen como sigue: $\phi_i(p) = \{x_i | x_i \in X_i, x_i \succsim_i x, \forall x \in X_i\}$ sujeto a $p \cdot x \leq p \cdot a + \sum_k \alpha_{ik} \pi_k(p)$. Aquí los coeficientes $\alpha_{ik} \geq 0$ representan la participación de los agentes i en las ganancias de las empresas k .

Por su parte, cada productor se especifica por un conjunto Y_k de vectores de producción en R^n , el espacio de mercancías. Los productores están dotados de una regla de comportamiento económico consistente en escoger vectores de producción que maximicen las ganancias para un conjunto de

precios determinado. Esto se hace mediante las funciones de oferta $\varphi_k(p)$ y de ganancia $\pi_k(p)$:

$$\begin{aligned} \varphi_k(p) &= \{y_k \cdot p \cdot y_k = \max p \cdot y \forall y \in Y_k\} \\ \pi_k(p) &= \max p \cdot y \forall y \in Y_k \quad (k=1, \dots, m) \end{aligned} \quad (14)$$

En el modelo Arrow-Debreu los conjuntos de posibilidades de consumo y de producción de los agentes individuales están definidos en un espacio n -dimensional y son convexos y cerrados. Pero esto no garantiza que las funciones de demanda y de ganancias estén definidas. Es decir, si la función de demanda del consumidor i es $\phi_i(p)$ y la función de ganancia del productor k es $\pi_k(p)$ se necesita $\phi_i(p) \neq \emptyset$ y $\pi_k(p) \neq \emptyset$.

Sin embargo, nada asegura que, dado un vector de precios, el consumidor i encuentre una canasta de consumo que le proporcione satisfacción máxima dentro de su conjunto de posibilidades. Como señala Nikaido (1968: 257), es posible que el conjunto de canastas de consumo que satisfacen la restricción de presupuesto no contenga una canasta más preferida que las demás. Tampoco está garantizado que para un vector de precios cualquiera existan vectores dentro del conjunto de posibilidades de producción que proporcionen una ganancia máxima para el productor k (Nikaido, 1968: 252). Por ejemplo, si el conjunto de posibilidades de un productor Y_k es un cono convexo, entonces si $y_k \in Y_k$, tenemos que $\alpha y_k \in Y_k, \alpha > 0$; por lo tanto, $\pi_k(p) = p \cdot \alpha y_k = \alpha p \cdot y_k$, y esto crece sin límite cuando $\alpha \rightarrow +\infty$. Por esa razón no existe un vector de producción que garantice una ganancia máxima. Un problema análogo se presenta con la función de demanda de los consumidores individuales.

Para garantizar que el conjunto de imágenes de estas funciones sea distinto del conjunto vacío, se necesita que los conjuntos de posibilidades de consumo y producción sean acotados. En estas condiciones se puede aplicar el teorema de Weierstrass, pero el acotamiento es una propiedad que no es posible imponer *a priori* sobre los conjuntos de posibilidades individuales, porque el tema del acotamiento está íntimamente ligado al conjunto de posibilidades factibles para la economía. Suponer que los conjuntos de posibilidades de producción y consumo son acotados, sin especificar nada más, no garantiza la existencia de vectores agregados de producción y consumo factibles.

La propiedad de acotamiento no puede ser introducida de cualquier manera. Nikaido (1968: 260-261) explicita el procedimiento para reemplazar los conjuntos originales no acotados de los agentes individuales

(productores y consumidores) con unos conjuntos debidamente acotados de tal modo que las funciones de producción (ganancia) y demanda sean definidas. El procedimiento consiste en definir un conjunto de posibilidades factible a nivel agregado para después utilizarlo para reducir el rango de elecciones de consumidores y productores de la manera siguiente.

Un equilibrio competitivo, si existe, debe cumplir la siguiente condición:

$$a + \sum y_k - \sum x_i \in (a + Y - X) \cap R_n^+ \tag{15}$$

donde a es el vector de dotaciones de la economía, Y es el conjunto agregado de posibilidades de producción de la economía y X es el conjunto agregado de posibilidades de consumo de la economía. Esta condición es utilizada para modificar los conjuntos individuales originales de posibilidades de producción y consumo de la siguiente manera:

$$\widehat{X}_i = \{x_i \mid x_i \in X_i, (a + Y - \sum_{s \neq i} X_s - x_i) \cap R_n^+ \neq \emptyset\} \text{ para } i = 1, \dots, l \tag{16}$$

$$\widehat{Y}_k = \{y_k \mid y_k \in Y_k, (a + y_k - \sum_{t \neq k} Y_t - X) \cap R_n^+ \neq \emptyset\} \text{ para } k = 1, \dots, m \tag{17}$$

Estos conjuntos, $\widehat{X}_i, \widehat{Y}_k$, están compuestos por las acciones individuales de consumidores y productores que son compatibles con un equilibrio general competitivo. Tienen las propiedades de ser no vacíos, convexos y acotados, pero no son cerrados. Para recuperar esta propiedad se considera un hipercubo E lo suficientemente grande que contenga estos conjuntos en su interior:

$$E = \{x \mid \xi_j \leq x_j \leq \eta_j, (j = 1, \dots, n)\} \tag{18}$$

tal que:

$$0, b^i \in E, \widehat{X}, \widehat{Y} \subset E^0 (i = 1, \dots, l; k = 1, \dots, m) \tag{19}$$

donde E^0 denota el interior de E . Finalmente, los nuevos conjuntos de consumidores y productores se obtienen con la intersección de los conjuntos originales con el hipercubo $E: X_i \cap E$ y $Y_k \cap E$. Estos nuevos conjuntos tienen todas las propiedades requeridas para aplicar el teorema de Weierstrass, así como para ser utilizadas en la demostración de existencia del equilibrio con un teorema de punto para correspondencias semicontinuas superiormente.

Esta solución al problema del acotamiento es problemática. El modelo busca demostrar la existencia de un equilibrio general competitivo para una economía descentralizada en la que los agentes económicos solamente poseen información privada. Los conjuntos originales X_i, Y_k respetan esa condición, pero no permiten asegurar que las funciones de demanda y oferta (ganancias) estén definidas. La modificación de los conjuntos originales es una necesidad imperiosa para garantizar $\phi_i(p) \neq \emptyset, \pi_k(p) \neq \emptyset$, pero esos nuevos conjuntos, $X_i \cap E, Y_k \cap E$, contienen información que los agentes privados no pueden conocer. Solamente una autoridad central puede tener acceso a la información con la que se construyen los conjuntos $\widehat{X}_i, \widehat{Y}_k$. El dilema al que se enfrenta la TEG es el siguiente: o se mantiene la definición de los conjuntos de posibilidades originales en los términos de una sociedad descentralizada compuesta de agentes que solamente poseen información privada, pero en ese caso los conjuntos no estarán acotados y las funciones de oferta y demanda no estarán definidas; o se procede a modificar los conjuntos originales para introducir la propiedad del acotamiento y poder definir las funciones de oferta y demanda, pero la modificación de los conjuntos originales lleva a una contradicción con la idea de que los agentes individuales sólo poseen información privada. La teoría ha escogido el segundo camino y el modelo termina en una contradicción con su propio objeto, a saber, demostrar la existencia del equilibrio general competitivo en una sociedad descentralizada.

6. *Teorema Sonnenschein-Mantel-Debreu*

En resumen, la teoría del equilibrio general, el más refinado aparato teórico sobre el sistema de precios, fracasó en su intento por demostrar que las fuerzas de oferta y demanda determinan precios de equilibrio en todos los mercados. Este resultado negativo fue confirmado en 1974 por los teoremas de Sonnenschein (1973), Mantel (1974) y Debreu (1974), que mostraron que las funciones de demanda excedente a nivel de mercado no están restringidas

por las condiciones habituales de racionalidad de las demandas individuales. El enunciado del teorema SMD es el siguiente:

Sea $\varepsilon > 0$ un escalar y $N < \infty$ un entero positivo. Sea un conjunto de precios $P_\varepsilon = \{p \in \mathbb{R}_+^N : p_j / p_{j'} \geq \varepsilon \forall j, j'\}$ y una función $Z: P_\varepsilon \rightarrow \mathbb{R}_+^n$ que posee las propiedades de continuidad (C), homogeneidad (H) de grado cero en los precios y cumple la ley de Walras (W); entonces existe una economía de intercambio con N mercancías y $H < \infty$ hogares en la cual la demanda agregada está dada por $z(p)$ para cualquier $p \in P_\varepsilon$.

Esto significa que los supuestos de racionalidad microeconómica no tienen equivalente macroeconómico. Se necesitan restricciones adicionales fuertes para justificar la idea de que la función de demanda a nivel de mercado tiene las mismas características que la función de demanda individual (pendiente negativa) y sólo en casos muy especiales puede una economía comportarse como un “consumidor idealizado”. Para la teoría del mercado este resultado es desastroso: la curva de demanda a nivel de mercado no tiene por qué tener una pendiente negativa y puede adoptar cualquier forma. Para el análisis de estabilidad este resultado es profundamente lastimoso: el proceso de formación de precios de equilibrio no será estable. Por lo tanto, la idea de que los mercados asignan eficientemente los recursos queda comprometida, pues la optimalidad sólo es una característica del equilibrio. La magnitud del desastre se confirma después, cuando se demuestra que los resultados de los teoremas SMD siguen siendo válidos, aun cuando se suponga que los agentes tengan preferencias homotéticas (Mantel, 1974) o cuando se supone que los agentes tienen dotaciones iniciales colineales (Kirman y Koch, 1986). Como veremos más adelante, este resultado tiene implicaciones importantes para la teoría macroeconómica.

El hecho incontrovertible es que la teoría neoclásica no pudo y no puede demostrar que, aun cuando las fuerzas del mercado son dejadas en libertad y existe una plena flexibilidad de precios, la economía converge a una asignación de equilibrio. Con toda razón Hahn (1975) consideró que el teorema Sonnenschein-Mantel-Debreu conlleva la crítica más peligrosa para la teoría neoclásica.

Hay que notar que los modelos de equilibrio general aplicado que han sido utilizados extensamente para justificar las medidas de política neoliberal no buscan representar el proceso de formación de precios que supuestamente se lleva a cabo en el mercado. En Shoven y Whalley (1984) y en Scarf y Shoven (2008) se puede apreciar que con complejos métodos de cálculo

los modelos de equilibrio general aplicado permiten comparar un punto de equilibrio inicial con otro que corresponde a los efectos de cambios en la política económica. Pero esos interesantes métodos de cálculo no son una réplica del proceso de mercado; por ejemplo, el cálculo del nuevo punto de equilibrio se puede llevar a cabo por medio de un algoritmo que utiliza un teorema de punto fijo, pero ese método no es una réplica del proceso dinámico de formación de precios en el mercado.

Esto es similar al problema del análisis global de Smale (1989), en el que se utiliza el método de Newton para calcular un nuevo punto de equilibrio. Arrow y Hahn (1971: 303-304) describen el problema en los términos siguientes: si se considera un proceso en el que el subastador actúa como planificador social y nos olvidamos de la necesidad de simular el proceso de mercado, es razonable preguntar si existen reglas que conducen al equilibrio independientemente de las propiedades de las funciones de demanda excedente. La aplicación del método de Newton para resolver ecuaciones no lineales permite alcanzar el resultado; pero éste no es un método que reproduce el proceso de mano invisible: en algunos casos se aumenta el precio de un bien aunque se tenga una demanda excedente negativa. En síntesis, la aplicación de ese método no permite reproducir el proceso de mercado porque no es consistente con la ley de la oferta y la demanda.

II. EXISTENCIA DEL EQUILIBRIO GENERAL COMPETITIVO

El fracaso de la teoría neoclásica en el tema de los procesos dinámicos de formación de precios de equilibrio ha llevado a considerar que la demostración de existencia del equilibrio general competitivo es suficiente para considerar que el mercado asigna eficientemente los recursos de una economía. Dicha demostración utiliza el resultado de Nash (1950) para resolver el problema de existencia aplicando el teorema de punto fijo de Kakutani para correspondencias semicontinuas superiormente. Ese teorema establece que dado un conjunto no vacío, compacto y convexo en R^n y un mapeo cerrado, que es una correspondencia semicontinua superiormente que va del conjunto sobre sí mismo, dicho mapeo tiene un punto fijo.

La demostración de existencia de un equilibrio general competitivo es considerada el resultado más sólido de la TEG. Las referencias más impor-

tantes en este tema son Arrow y Debreu (1954), Debreu (1959), Nikaido (1968) y Arrow y Hahn (1971). El sentido de la demostración es que el punto fijo puede ser interpretado como un punto de reposo o de equilibrio. Obviamente, para poder interpretar ese punto fijo como un punto de equilibrio económico es necesario que tanto el conjunto como el mapeo tengan sentido económico.

En la demostración se construye un mapeo que posee las propiedades requeridas y que pueda interpretarse como un equilibrio general competitivo. Todos los autores que han desarrollado esta demostración —Arrow y Debreu (1954), Arrow y Hahn (1971), Debreu (1959) y Nikaido (1968)— insisten en que el mapeo es expresión de la ley de la oferta y la demanda: se aumenta (disminuye) el precio de un bien cuando la demanda excedente es positiva (negativa). Esa aseveración es errónea. Benetti, Nadal y Salas (2004) han mostrado que el mapeo, en sus diversas versiones, no representa la ley de la oferta y la demanda.

La mejor manera de abordar los problemas en la demostración de existencia del equilibrio general competitivo es seguir el procedimiento de Arrow y Hahn (1971: 25-27). El enfoque es sencillo y el punto de partida es S_n , el simplejo de precios es un conjunto que reúne todas las condiciones requeridas por el teorema de Kakutani.⁷ Ahora el problema es encontrar un mapeo que transforme vectores de precios $p \in S_n$ en otros puntos de S_n . Si un vector de precios es de equilibrio, entonces el mapeo debería volver a encontrar el mismo vector. Si el mapeo arroja el mismo vector de precios, eso significa que se trata de un vector de precios de equilibrio (Arrow y Hahn 1971: 26).

Estos autores explicitan cuatro reglas de variación de precios para una economía de n mercancías:

1. Aumentar el precio del bien si la demanda excedente es positiva.
2. Reducir o, por lo menos, no incrementar el precio del bien con oferta excedente, pero nunca reducir el precio por debajo de cero.
3. No cambiar el precio de un bien con demanda excedente nula.
4. Multiplicar el vector de precios resultante por un escalar, dejando sin cambios los precios relativos, para que el nuevo vector de precios que se obtenga esté en S_n .

⁷ El simplejo de precios es un conjunto de vectores de precios que reúne las propiedades descritas en la ecuación (1). El simplejo es un conjunto convexo y compacto (cerrado y acotado) y éstas son las propiedades que permiten utilizar el teorema de punto fijo.

Para construir una correspondencia que sea susceptible de ser utilizada en la demostración de existencia estos autores buscan una función $M_i(p)$ continua que tenga las siguientes propiedades:

1. $M_i(p) > 0$ si y sólo si $z_i(p) > 0$.
2. $M_i(p) = 0$ si $z_i(p) = 0$.
3. $p_i + M_i(p) \geq 0$.

Existen varias funciones que cumplen estas tres condiciones. Un ejemplo es: $M_i(p) = \max(-p_i, k_i z_i(p))$ donde $k > 0$. Es fácil observar que esta función cumple con las propiedades (1) a (3). Sin embargo, si $p + M(p)$ es el vector cuyos componentes son los nuevos precios $p_i + M_i(p)$, nada garantiza que la suma de componentes sea igual a uno y que, por lo tanto, el vector $\{p + M(p)\} \in S_n$. En vista de que se requiere de un mapeo sobre sí mismo para poder recurrir al teorema de Kakutani, es necesario modificar el mapeo para asegurar que los nuevos vectores de precios estén en S_n .

Según Arrow y Hahn, una manera "obvia" de hacer esto es la siguiente: sea e el vector unidad n -dimensional y consideremos el mapeo siguiente en términos vectoriales:

$$T(p) = \frac{p + M(p)}{[p + M(p)]e} \quad (20)$$

Según Arrow y Hahn, este mapeo obedece las tres reglas que se mencionaron arriba. Pero esa afirmación es falsa. Para corroborarlo es importante hacer lo que nunca se ha hecho con los mapeos usados en la demostración de existencia: examinar su comportamiento preciso.

El componente i del mapeo (20) es:

$$T_i(p) = \frac{p_i + \max(-p_i, z_i(p))}{1 + \sum_j \max(-p_j, z_j(p))} \quad (21)$$

En el caso de que el bien i tenga una demanda excedente positiva, el mapeo debería conducir a un aumento de precio y deberíamos tener el resultado siguiente: $T_i(p) > p_i$, lo que implica: $z_i(p) > p_i z_i(p) + \sum_{j \neq i} \max(-p_j, z_j(p))$.

El problema es que en este mapeo el signo del ajuste de precios no solamente depende del signo de la demanda excedente del bien i . En el caso de existir una mercancía $j \neq i$ con una demanda excedente positiva, tenemos que

la condición anterior se verifica solamente si el valor de $z_i(p)$ es suficientemente alto para prevalecer sobre el valor de $z_j(p)$. En caso contrario, la regla de variación de precios del mapeo $T(p)$ no verifica la ley de la oferta y la demanda.

En el caso de que el bien i tenga una demanda excedente negativa el ajuste de precios debe conducir a una reducción en el precio p_i , por lo que deberíamos tener $T_i(p) < p_i$ y eso significa que se debe verificar la siguiente condición:

$$\max(-p_i, z_i(p)) < p_i \sum_j \max(-p_j, z_j(p)) \quad (22)$$

Pero ahora el cumplimiento de esta condición depende de los valores absolutos de todas las variables involucradas: $p_i, z_i(p), p_j, z_j(p)$. Dependiendo de los valores de estas variables es posible que la condición no se cumpla. Por ejemplo, podría ser que a pesar de tener una demanda excedente negativa el nuevo precio arrojado por el mapeo fuera superior, lo que contradice la regla (2).

Finalmente, tenemos el caso de que la demanda excedente del bien i sea nula. En ese caso el mapeo debería dejar sin alterar el precio de ese bien, $T_i(p) = p_i$. Esto significa que se debe cumplir la siguiente condición:

$$p_i = p_i + p_i \sum_j \max(-p_j, z_j(p)) \quad (23)$$

Esta condición se verifica sólo cuando las demandas excedentes de todos los demás bienes sean nulas. Si algunas de ellas no son nulas, el mapeo arroja un valor distinto de p_i . Eso no es lo que indica la tercera regla.

En consecuencia, el procedimiento de normalización que se utiliza en el mapeo no es neutral respecto del proceso de ajuste de precios. No es cierto que ese proceso simplemente normalice los vectores de precios para asegurar que estén en S_n y permitir el uso del teorema de punto fijo. La normalización cancela la posibilidad de interpretar este mapeo como una fiel representación de la ley de la oferta y la demanda.

Otros mapeos utilizados en la literatura corren la misma suerte. Nikaido (1968) construye el conjunto $X \times P_n$ en R^n , cuyos elementos son pares de vectores de precios $p \in P_n$ y de vectores de demandas excedentes $z(p)$. Aquí P_n es el simplejo de precios. El conjunto $X \times P_n$ es un conjunto no vacío, compacto y convexo. En la segunda etapa se construye el mapeo f que es el producto cartesiano de otros dos mapeos:

$$\begin{aligned}
 f &= X \times \theta: \Gamma \times P_n \rightarrow 2^{\Gamma \times P_n} \\
 f(z, p) &= X(p) \times \{\theta(z, p)\}
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

El mapeo f es un mapeo cerrado que lleva puntos de $X \times P_n$ sobre sí mismo. El mapeo X se define como sigue: $X: \rightarrow 2^\Gamma$, mientras que el mapeo $\theta(z, p)$ se explicita de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 \theta: \Gamma \times P_n &\rightarrow P_n \\
 \theta_i(z, p) &= \frac{p_i + \max(z_i, 0)}{1 + \sum_{j=1}^n \max(z_j, 0)}
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

donde z_i es la demanda excedente de la mercancía i . Tanto el conjunto $\Gamma \times P_n$ como el mapeo f tienen las propiedades requeridas para aplicar el teorema de Kakutani.

Nikaido (1968: 268) afirma que el mapeo (25) es expresión de la ley de la oferta y la demanda. Benetti *et al.* (2004) muestran que en el caso de que el bien i tenga una demanda excedente positiva, el mapeo (25) puede arrojar un nuevo precio que es inferior al precio inicial: $\theta_i(z, p) < p_i$. En el caso de que el bien i tenga una demanda excedente negativa, el nuevo precio debe ser menor al inicial y, por lo tanto, se debe cumplir la siguiente condición:

$$p_i < p_i + p_i \sum_j \max(z_j, 0)
 \tag{26}$$

Esta condición se verifica si existe por lo menos una mercancía $j \neq i$ que tenga una demanda excedente positiva. Eso se verifica por la ley de Walras, no por la ley de la oferta y la demanda. Finalmente, en el caso de que el bien i tenga una demanda excedente nula el mapeo debería dejar el precio de ese bien sin cambio, es decir $\theta(z_i, p) = 0$. Ese resultado implica:

$$p_i = p_i + p_i \sum_j \max(z_j, 0)
 \tag{27}$$

y esa condición solamente se verifica si el segundo término del lado derecho es cero. Eso corresponde al caso de que todas las demandas excedentes de los bienes $j \neq i$ sean cero, lo que solamente sucede en el equilibrio general. Este mapeo de Nikaido no es la expresión de la ley de la oferta y la demanda.

El mapeo usado por Debreu (1973) tiene características diferentes. Este autor considera primero el simplejo de precios, S_n , y el conjunto de demandas excedentes posibles Z . Posteriormente, Debreu introduce una correspondencia que asocia con cada vector de demandas excedentes un vector de precios dentro de S_n . Ese mapeo es el siguiente:

$$\mu(z) = \{ p \in S_n \mid p \cdot z = \max S_n \cdot z \} \quad (28)$$

Debreu (1973: 83) explica la regla de transformación de precios en este mapeo de la siguiente manera. Si se considera la mercancía con la demanda excedente más alta en el vector de demandas excedentes Z de tal manera que, por ejemplo, $z_b \geq z_i \forall z_i \in Z, i \neq b$, el nuevo vector de precios que genera la correspondencia $\mu(z)$ tendrá la totalidad de sus componentes $p_{i \neq b} = 0$ y su componente $p_b = 1$. Esto significa que, fuera del punto fijo, el mapeo ordena anular el precio de cualquier mercancía cuya demanda excedente no sea la máxima, aunque sea positiva. Es evidente que eso no es lo que prescribe la ley de la oferta y la demanda. En el mapeo de Debreu la contradicción con la ley de la oferta y la demanda es inmediata, aunque no interviene ningún proceso de normalización.

Un comentario final sobre los mapeos utilizados en la demostración de existencia del equilibrio general competitivo es necesario. Todos los autores responsables de la demostración de existencia del EGC coinciden en un punto fundamental: el mapeo tiene una interpretación inequívoca porque es la expresión de la ley de la oferta y la demanda. En Benetti et al. (2004) se demuestra lo contrario para los mapeos de Arrow-Hahn (1971) y Nikaido (1968), porque el proceso de normalización destruye cualquier posibilidad de interpretar los mapeos como expresión de la ley de la oferta y la demanda. Así, en el caso de esos mapeos parecería que el problema se encuentra en el denominador de las expresiones (21) y (25).

Sin embargo, el numerador de esos mapeos también es extraño y es difícil afirmar —como hacen Arrow y Hahn (1971: 27)— que corresponde a la ley de la oferta y la demanda. El numerador de la correspondencia (21) dice que si la mercancía i tiene demanda excedente positiva, hay que sumar la demanda excedente de esa mercancía a su precio. Es cierto que la ley de la oferta y la demanda solamente dice que el ajuste de precios debe hacerse respetando el signo de la demanda excedente y no establece en qué proporción, pero nunca se ha visto una ley de oferta y demanda que diga que en

caso de demanda excedente positiva hay que sumar la demanda excedente al precio.

Ahora supongamos que la mercancía i tiene una demanda excedente negativa. El numerador de la expresión (21) establece que será necesario comparar esa cantidad negativa con el negativo del precio de la mercancía en cuestión para ver cuál de los dos valores es el máximo y así proceder a restarle esa cantidad al precio de la mercancía i . Todo esto suena, desde luego, absurdo.

El mapeo (25) de Nikaido muestra claramente la naturaleza del problema. En caso de que el bien i tenga demanda excedente negativa el numerador nos dice que hay que dejar el precio sin cambio. Pero la ley de la oferta y la demanda (versión fuerte) establece que en ese caso hay que reducir el precio. Con razón Arrow y Hahn (1971: 27) afirman que este mapeo es “menos intuitivo” que el mapeo de la expresión (21). Su verdadero defecto es que, contrario a lo que afirman estos autores, ese mapeo contradice la ley de la oferta y la demanda.

Sumar o restar a un precio una demanda excedente es algo extraordinario y no solamente pone en cuestión las reglas de la economía, también las de la lógica matemática. Según Debreu (1973: 42), “una mercancía es un bien o servicio completamente especificado física, temporal o espacialmente”. Por lo tanto, la demanda excedente de una mercancía es una cantidad de un bien o un servicio físicamente especificado y no es posible sumarle esta cantidad a un precio.

Sin embargo, para restituir la consistencia del modelo con la lógica matemática hay que señalar que en el modelo Arrow-Debreu las mercancías tienen asociados un número real, su precio. Las cantidades de estos objetos físicos se expresan también con números reales. La utilización de números reales es problemática por muchas razones. Entre otras porque se contradice la definición de mercancías introducida por Debreu: si las mercancías son bienes o servicios física, espacial y temporalmente determinados, su cantidad no puede ser expresada en términos de números reales. Según Debreu (1973: 30),

una cantidad de camiones bien definida es un entero; pero se supondrá, en cambio, que esta cantidad puede ser cualquier número real. Esta hipótesis de que las cantidades de los bienes y los servicios físicamente definidos pueden expresarse en números reales nos es impuesta por la etapa presente del desarrollo de la teoría; es

perfectamente aceptable para un agente económico produciendo o consumiendo una gran cantidad de camiones.

El empleo de números reales para expresar cantidades de bienes físicamente especificados no es un supuesto económico y tampoco se impone porque los agentes económicos producen o consumen grandes cantidades de mercancías. El uso del conjunto de los números reales se utiliza porque los teoremas matemáticos que la TEG juzgó interesantes sólo son válidos en el espacio de los números reales. Todo esto genera un serio problema cuyos detalles son analizados en Nadal (2013). El mismo Debreu (1973) reconoce estos problemas al afirmar, en el pie de página 3 de su capítulo sobre precios y mercancías, que su obra no incluye las mercancías indivisibles y tampoco trata el problema de la introducción del dinero.

III. ALGUNAS IMPLICACIONES PARA LA TEORÍA MACROECONÓMICA

La crítica de la teoría del equilibrio general, el componente medular de la teoría económica neoclásica, tiene profundas ramificaciones en la teoría macroeconómica y por falta de espacio no es posible examinarlas detalladamente en este ensayo. Sin embargo, sí debemos describir algunos de los ejes principales de lo que todo esto significa para la teoría macroeconómica de corte neoclásico; en especial para los llamados modelos macroeconómicos dinámicos estocásticos de equilibrio general y los modelos del llamado nuevo consenso macroeconómico.

Desde la década de los setenta, la crítica al keynesianismo (de la síntesis neoclásica) estuvo basada en dos vertientes importantes: la crítica monetarista por el replanteamiento de Milton Friedman de la teoría cuantitativa y la crítica de las expectativas racionales de Robert Lucas que terminó por destruir lo que quedaba del mensaje de Keynes. Esta crítica introdujo la idea de que era necesario dotar de microfundamentos sólidos a la teoría macroeconómica: el análisis macroeconómico debería basarse en el comportamiento racional de los agentes individuales. En especial, los modelos macroeconómicos debían incluir el hecho de que los agentes individuales en una economía no permanecen pasivos frente a los efectos de la política económica.

En su versión más extrema, la crítica de las expectativas racionales a los modelos macroeconómicos conlleva un proyecto reduccionista para

destruir lo que hoy se conoce como teoría macroeconómica. En los términos de Lucas (1987: 107), si el proyecto de dotar de microfundamentos a la teoría macroeconómica tiene éxito, entonces el término “macroeconomía” dejará de ser usado, el modificador “micro” será superfluo y simplemente hablaremos de “teoría económica”.

La crítica que hemos presentado a la teoría del equilibrio general permite evaluar el alcance y el sustrato de la crítica sobre los microfundamentos de la teoría macroeconómica. Por ejemplo, en su análisis sobre la tasa natural de desempleo, Friedman (1968: 8) señala que esa tasa “corresponde al nivel al que se habría llegado al desarrollarse un sistema walrasiano de ecuaciones de equilibrio general”. A escasos 10 años del fracaso de Arrow-Block-Hurwicz para demostrar que un sistema de ecuaciones tenía la propiedad de estabilidad, Friedman seguía manteniendo su fe en el “sistema walrasiano”.

Lucas tenía la pretensión de corregir las deficiencias de la macroeconomía “keynesiana” con la concepción de expectativas racionales de un agente representativo que permitía a los agentes económicos anticiparse y anular los efectos de la política macroeconómica, sobre todo en lo que concierne a la política fiscal. Esta nueva visión de expectativas racionales fue el modelo clave para proporcionar un “fundamento racional” a los cambios en la política macroeconómica y abrió las puertas al neoliberalismo.

La introducción de expectativas racionales se acompaña de la figura problemática del agente representativo utilizada en numerosos modelos macroeconómicos. Así han aparecido nuevos modelos clásicos, de ciclos reales de negocios y de corte neokeynesiano que buscan analizar una economía capitalista con agentes heterogéneos mediante un enfoque de microfundamentos con un agente representativo con expectativas racionales. Pero, como hemos visto, el teorema Sonnenschein-Mantel-Debreu demuestra que la agregación no permite conservar los rasgos de los supuestos a nivel microeconómico en el plano macroeconómico: las propiedades de racionalidad supuestas para los agentes individuales no se conservan con la agregación (Kirman, 1992). Eso no impidió a Lucas introducir un agente representativo en sus modelos macroeconómicos, y después de 30 años la práctica sigue vigente (Rizvi, 2006).

Los modelos dinámicos estocásticos de equilibrio general utilizados en el nuevo consenso macroeconómico (y en muchos modelos de nuevos autores keynesianos) introducen condiciones de transversalidad que excluyen la

formación de burbujas, impiden la aparición de procesos hiperdeflacionarios y descartan la sobreacumulación de riqueza de los planes del consumidor optimizador (Kamihigashi, 2006 y 2009). La condición de transversalidad mantiene la estabilidad del equilibrio general, excluye trayectorias explosivas y determina el sendero óptimo para el consumo, el tiempo dedicado al trabajo y los saldos monetarios del agente representativo (Meeusen, 2011). Esta condición no es el resultado de procesos económicos endógenos.

Hay muchos otros problemas con la teoría macroeconómica neoclásica, así como con muchos modelos de los llamados nuevos keynesianos; quizás, el más importante es la incapacidad para tratar el tema de la creación monetaria por los bancos comerciales privados. Esta deficiencia se encuentra íntimamente ligada a la presencia constante de un supuesto mercado de “fondos prestables” en el que se determina la tasa de interés y los bancos simplemente actúan como intermediarios. La endogeneidad del dinero presenta problemas conceptuales mayúsculos para la teoría macroeconómica neoliberal, algunos ligados a las viejas creencias neoclásicas: el dinero como simple tecnología de transacciones, el velo monetario y la neutralidad del dinero.

EPÍLOGO

El balance del análisis crítico aquí presentado es que el principal argumento utilizado para dar apoyo a las tesis del neoliberalismo, la asignación eficiente de recursos mediante las fuerzas de mercado, carece de un fundamento racional. El principal modelo teórico para analizar la dinámica de la formación de precios en un caso general (múltiples mercados conectados por un sistema de precios) no pudo probar la estabilidad del equilibrio general competitivo. Éste es un resultado aceptado por los principales teóricos neoclásicos desde hace décadas; sin embargo, el edificio de la TEG ha permanecido en la cúspide de los programas docentes en universidades y escuelas de economía.

No deja de ser irónico que el principal modelo teórico que sirve para justificar el neoliberalismo en el mundo hoy en día es un modelo no monetario, que no puede incluir bienes no divisibles y que utiliza una agencia centralizadora para poder llevar a cabo el ajuste de precios; aún con todo un cúmulo de supuestos restrictivos, ha fracasado en su intento por demostrar estabilidad y existencia del equilibrio general competitivo.

A pesar de los muy graves defectos de la teoría de equilibrio general, en la actualidad parece que en el debate intelectual la balanza se ha inclinado a favor de una firme creencia en la estabilidad del mercado. Eso ha sido acompañado de un proceso en el que muchos de los rasgos de la teoría macroeconómica anterior a Keynes han sido resucitados. Podría pensarse que esto solamente es de interés para los especialistas de la historia del pensamiento económico. La realidad es que la política macroeconómica que se ha aplicado bajo el neoliberalismo ha sido justificada en términos de desarrollos teóricos que no han sido objeto de un debate más cuidadoso y, por lo tanto, tampoco fueron cuestionados con la fuerza que merecen. El debate teórico es hoy más urgente que nunca. Pensar en opciones alternativas al neoliberalismo pasa por contar con enfoques teóricos rigurosos que permitan dejar atrás los malos resultados de la teoría neoclásica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrow, K. (1959). Toward a theory of price adjustment. En M. Abramovitz et al. (eds.), *The allocation of economic resources. Essays in honor of B. F. Haley* (pp. 41-51). Stanford: Stanford University Press.
- Arrow, K., Block, H. D., y Hurwicz, L. (1959). On the stability of the competitive equilibrium II. *Econometrica*, 27(1), 82-109.
- Arrow, K., y Debreu, G. (1954). Existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica*, 22, 265-290.
- Arrow, K., y Hahn, F. (1971). *General competitive analysis*. San Francisco y Edinburgo: Holden-Day/Oliver & Boyd.
- Arrow, K., y Hurwicz, L. (1958). On the stability of the competitive equilibrium I. *Econometrica*, 26(4), 522-552.
- Benetti, C. (1985). Économie monétaire et économie de troc: la question de l'unité de compte commune. *Économie Appliquée*, 38(1), 85-109.
- Benetti, C. (1990). *Moneda y teoría del valor*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Benetti, C. (2002). Le problème de la variation des prix: les limites de la théorie walrasienne. *Revue Économique*, 53(5), 917-935.
- Benetti, C., Nadal, A., y Salas, C. (2004). The law of supply and demand in the proof of existence of general competitive equilibrium. En F. Acker-

- man y A. Nadal, *The flawed foundations of general equilibrium theory*. Londres: Routledge.
- Debreu, G. (1959). *Theory of value. An axiomatic analysis of economic equilibrium*. Nueva York: Cowles Foundation Monograph.
- Debreu, G. (1973). *Teoría del valor. Un análisis axiomático del equilibrio económico*. Barcelona: Antoni Bosch.
- Debreu, G. (1974). Excess demand functions. *Journal of Mathematical Economics*, 1(1), 15-21.
- Fisher, F. M. (1983). *Disequilibrium foundations of equilibrium economics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Fisher, F. M. (1989). Adjustment processes and stability. En J. Eatwell, M. Milgate y P. Newman (eds.), *General equilibrium. The New Palgrave*. Nueva York: W. W. Norton.
- Fontana, G., y Setterfield, M. (eds.) (2010). *Macroeconomic theory and macroeconomic pedagogy*. Basingstoke: Palgrave MacMillan.
- Friedman, M. (1968). The role of monetary policy. *The American Economic Review*, 58(1), 1-17.
- Garegnani, P. (1976). On a change in the notion of equilibrium in recent work on value and distribution: a comment on Samuelson. En M. Brown, K. Sato y P. Zarembka (eds.), *Essays in modern capital theory* (pp. 25-45). Ámsterdam y Nueva York: North Holland Publishing Company.
- Hahn, F. (1965). On some problems of proving the existence of an equilibrium in a monetary economy. En F. Hahn y F. Brechling (eds.), *The theory of interest rates* (pp. 126-135). Londres: MacMillan.
- Hahn, F. (1968). On warranted growth paths. *Review of Economic Studies*, 35, 175-84.
- Hahn, F. (1975). Revival of political economy – The wrong issues and the wrong argument. *The Economic Record*, 5(135), 360-364.
- Hahn, F. (1981). General equilibrium theory. En D. Bell e I. Kristol (eds.), *The crisis in economic theory* (pp. 123-138). Nueva York: Basic Books.
- Hahn, F. (1989). Auctioneer. En J. Eatwell, M. Milgate y P. Newman (eds.), *General equilibrium. The New Palgrave*. Nueva York: W. W. Norton.
- Hahn, F., y Negishi, T. (1962). A theorem on non-tâtonnement stability. *Econometrica*, 30(3), 463-469.
- Harcourt, G. (1972). *Some Cambridge controversies in the theory of capital*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hicks, J. R. (1939). *Value and capital*. Oxford: Oxford University Press.

- Kamihigashi, T. (2006). Transversality conditions and dynamic economic behavior. En S. N. Durlauf y L. E. Blume (eds.), *The New Palgrave dictionary of economics* (segunda edición). Londres: MacMillan Palgrave.
- Kamihigashi, T. (2009). Status seeking and bubbles. En T. Kamihigashi y L. Zhao (eds.), *International trade and economic dynamics. Essays in memory of Koji Shimomura*. Berlin y Heidelberg: Springer.
- Kirman, A. P. (1992). Whom or what does the representative individual represent? *Journal of Economic Perspectives*, 6(2), 117-136.
- Kirman, A. P., y Koch, K. J. (1986). Market excess demand in exchange economies with collinear endowments. *Review of Economic Studies*, 53(3), 457-463.
- Lucas, R. E. (1987). *Models of business cycles*. Oxford: Blackwell.
- Mantel, R. (1974). On the characterization of aggregate excess demand. *Journal of Economic Theory*, 7(3), 348-353.
- Meeusen, W. (2011). Whither the microfoundations of macroeconomics theory? *Brussels Economic Review*, 54(1), 51-80.
- Nadal, A. (2013). Detrás de los conceptos primitivos: mercancías y agentes individuales en la teoría del equilibrio general. En F. Ackerman y A. Nadal, *Ensayos críticos sobre la teoría del equilibrio general*. México: Siglo XXI.
- Nash, J. (1950). Equilibrium points in n -person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36, 48-49.
- Negishi, T. (1962). The stability of a competitive economy: A survey article. *Econometrica*, 30(4), 635-669.
- Nikaido, H. (1968). *Convex structures and economic theory*. Nueva York: Academic Press.
- Rizvi, S. A. T. (2006). The Sonnenschein-Mantel-Debreu results after thirty years. *History of Political Economy*, 38(supl. 1), 228-245.
- Samuelson, P. (1948). *Economics: An introductory analysis*. Nueva York: McGraw-Hill.
- Samuelson, P. (1966). A summing up. *The Quarterly Journal of Economics*, 80(4), 568-583.
- Scarf, H. E., (1960). Some examples of global instability of the competitive equilibrium. *International Economic Review*, 1(3), 157-172.
- Scarf, H. E., y Shoven, J. B. (2008). *Applied general equilibrium analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Shoven, J. B., y Whalley, J. (1984). Applied general-equilibrium models of taxation and international trade: An introduction and survey. *Journal of Economic Literature*, 22(3), 1007-1051.
- Smale, S. (1989). Global analysis in economic theory. En *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*. Londres: The MacMillan Press.
- Sonnenschein, H. (1973). Do Walras' identity and continuity characterize the class of community excess demand function. *Journal of Economic Theory*, 6(4), 345-354.
- Takayama, A. (1985). *Mathematical economics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Veendorp, E. C. H. (1970). General equilibrium theory for a barter economy. *Western Economic Journal*, 8(1), 1-23.
- Walras, L. (1952). *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*. París: Librairie générale de droit et de jurisprudence.