

## RIESGOS DE INVERSIÓN Y EMPLEO EN EL SISTEMA DE PENSIONES CHILENO\*

*Roberto Ortiz H., Salvador Zurita L.  
y Gustavo Genoni\*\**

### RESUMEN

El sistema de pensiones chileno es de capitalización individual con contribución definida y, en consecuencia, el monto futuro de la pensión no es conocido por el afiliado *ex ante*. En este trabajo estudiamos dos factores de riesgo que afectan las pensiones por recibir de los afiliados al sistema de pensiones chileno: desempleo temporal (y por tanto interrupciones en las cotizaciones) y riesgo de la rentabilidad del fondo. Para ello, desarrollamos un modelo en que los salarios dependen explícitamente de la edad del afiliado. En el modelo el riesgo de desempleo que afecta al afiliado se modela como un proceso de Markov con dos estados: empleado y desempleado; el riesgo de inversión se modela suponiendo que los fondos siguen un proceso browniano geométrico.

Usamos el modelo para estimar la distribución de probabilidades de las pensiones de vejez futuras que el afiliado obtendría después de 35 a 40 años de vida laboral. Ello nos permite estimar el efecto probable de cambios en la tasa agregada de desempleo y de la rentabilidad esperada y riesgo de los activos financieros en la distribución de pensiones futuras. Partiendo de un panorama base estimado razonable para la economía chilena, encontramos que, en orden decreciente de importancia, los parámetros que más afectan las pensiones futuras son: la tasa de interés libre de riesgo, que repercute en la rentabilidad promedio de los fondos, el premio por riesgo de mercado, definido como el excedente de rendimiento de acciones respecto al título libre de riesgo, y el desempleo. Es decir, el riesgo de inversión es más importante que el riesgo de desempleo. Además, las mujeres son más vulnerables a estos riesgos que los hombres, y los hombres casados más que los solteros.

\* *Palabras clave:* sistemas de pensiones, inversión, desempleo. *Clasificación JEL:* G23, J26, J60. Artículo recibido el 31 de julio de 2003 y aceptado el 6 de septiembre de 2005. Los autores agradecen los valiosos comentarios de un dictaminador anónimo de EL TRIMESTRE ECONÓMICO que condujeron a mejoras significativas de este artículo. Por supuesto, los errores son de responsabilidad de los autores.

\*\* R. Ortiz H., Facultad de Economía, Universidad Diego Portales (correo electrónico: rortiz.herrera@gmail.com). S. Zurita L., Escuela de Negocios de Valparaíso, Universidad Adolfo Ibáñez (correo electrónico: salvador.zurita@uai.cl). G. Genoni, Escuela de Negocios de Valparaíso, Universidad Adolfo Ibáñez (correo electrónico: ggenoni@uai.cl).

## ABSTRACT

The Chilean private pension system is of Defined Contribution, and hence the future pension of its affiliates is uncertain. In this paper we study two factors that influence the level of pensions that an affiliate can expect to receive at retirement: temporal unemployment (and the consequent lack of contributions) and the investment risk of the pension assets themselves.

We model the wage curve over time of a representative Chilean affiliate, but we do not add risk to it. Instead, we focus on the risk of unemployment, which we model as a Markov process with two states: employed and unemployed. On the other hand, the investment risk is modeled assuming that the pension assets follow a Geometric Brownian motion. We use the model to estimate the probability distribution of pensions at retirement age; which allows us to estimate the likely impact of changes in the aggregate unemployment rate, and of risk and return on the future pensions. Our results are that the future pensions of Chilean affiliates are more sensitive to investment risks than to unemployment risks. Also, female affiliates are more vulnerable than male affiliates, and married male affiliates are more vulnerable than single ones.

## INTRODUCCIÓN

En el pasado decenio ha surgido un intenso debate respecto a las ventajas y desventajas que plantea un régimen de seguridad social de contribución definida con cuentas privadas de ahorros individuales (CD) frente a un régimen de pensiones con beneficio definido en el sistema de reparto (conocido como *pay as you go* en inglés) manejado por el sector público (BD).<sup>1</sup> Dicha discusión cobra aún más relevancia en la víspera de una crisis de desfinanciación del sistema de pensiones estadounidense (Feldstein y Liebman, 2001) y de la reciente transición hacia regímenes que incluyen cuentas privadas de capitalización con CD, en varios países de la América Latina (por ejemplo, Chile, Argentina, Bolivia, Perú, Colombia, El Salvador y México) y Europa Central y del Este, como Polonia, Bulgaria, Croacia, Estonia y Hungría.<sup>2</sup>

El régimen de contribución definida (CD) planteado líneas arriba presenta numerosas ventajas respecto a la opción de pensiones de beneficio definido (BD). Entre las principales potenciales ventajas citadas en la bibliografía del tema está el hecho de que las cuentas

<sup>1</sup> Véase una revisión de la bibliografía de tal discusión en Feldstein y Liebman (2001).

<sup>2</sup> Véase una revisión de los sistemas de pensiones y reformas recientes de la América Latina y Europa del Este en Kritzer (2003).

de capitalización sean individuales permite a los individuos, en el caso de sistemas con diferentes fondos de pensión, ajustar su fondo de pensión a su estilo de vida y obtener una mejor diversificación de acuerdo con su capital humano, edad y otros activos financieros que componen sus respectivos patrimonios (Campbell *et al*, 2001, y Merton, 1983).<sup>3</sup> Aunque la gestión de esos fondos sea privada no evita la arbitrariedad política y las ineficiencias de las reglas de votos asociadas a la gestión pública del riesgo de las cuentas de retiro, pero sí las disminuye de manera notoria (McHale, 2001, y Rangel y Zeckhauser, 2001).<sup>4</sup> Que el régimen sea de capitalización (incluyendo inversiones en acciones) y no de reparto permite, en ciertas condiciones, una tasa de ahorro superior en la economía (Abel, 2001, y Diamond y Geanakoplos, 1999) y un cambio en la relación capital/trabajo que lleva a un mayor valor relativo del salario (Kotlikoff, Smetters y Walliser, 2001).

Entre las principales desventajas que presenta un régimen de CD con cuentas de capitalización privadas frente a un sistema de reparto con BD se encuentran: *i*) la imposibilidad de diversificar el riesgo de desempleo de la manera en que un sistema de reparto lo permite, lo cual introduce un mayor riesgo laboral para el contribuyente (aunque esto representa también un menor riesgo laboral para el retirado, ya que su pensión no es afectada por disminuciones en el empleo agregado de la manera en la que lo sería con un sistema de reparto); *ii*) la imposibilidad de diversificar intergeneracionalmente y de modo eficiente el riesgo de mercado al que son sometidas las inversiones y que provoca que cada contribuyente tenga que asumir el riesgo de mercado (Rangel y Zeckhauser, 2001) y el riesgo de fluctuaciones de la tasa libre de riesgo por sí mismo, esto debido a que el beneficio no está definido y a que los mercados de capitales no permiten transferir el riesgo intergeneracionalmente de modo eficiente, y *iii*) la inequidad introducida por el sistema de capitalización en términos de género, esperanza de vida y otras variables como la educación.

<sup>3</sup> Por ejemplo, la reciente reforma al sistema de administración de fondos de pensión de Chile permite a los aportantes elegir uno de entre cinco fondos de pensión disponibles en cada administradora de fondos, con distintas combinaciones de inversiones en renta variable y renta fija.

<sup>4</sup> Aun con una gestión privada de las cuentas de retiro el gobierno puede expropiar los fondos acumulados mediante el repudio o reestructuración con quita de los bonos del gobierno que los fondos de pensión pueden tener en cartera o simplemente confiscando sus activos; asimismo, puede también regular arbitrariamente el sistema para influir en la asignación de fondos de manera no eficiente (Feldstein, 2000). Un ejemplo de lo anterior es la crisis Argentina de 2001-2002.

Aunque mucho se ha especulado respecto a estos riesgos, las posibles maneras de atenuarlos y los costos sociales de hacerlo, no existe hoy en día una medición explícita de los mismos en un sistema de pensiones real y en marcha. El sistema de pensiones chileno es de CD, con cuentas de capitalización individuales manejadas de manera privada que considera un mecanismo de morigeración de todos los riesgos mencionados líneas arriba con beneficio mínimo garantizado y costado por el gobierno. Asimismo, el sistema de pensiones vigente ha estado en marcha por cerca de 25 años y eso permite incorporar al análisis de riesgo, mediante los premios por riesgo y las mediciones de volatilidades, las transformaciones del mercado de capitales hasta ahora provenientes de la introducción del sistema en términos de un aumento de la demanda de activos financieros, un mayor incentivo de las empresas por cotizar en bolsa, un mayor número de mercados y oportunidades de diversificación del riesgo que contribuye a la disminución del riesgo de los pensionados.<sup>5</sup>

En este artículo nos proponemos medir el efecto de los riesgos de inversión y de desempleo en el sistema de pensiones chileno y para eso planteamos la hipótesis de que los riesgos de los contribuyentes de alcanzar los mismos beneficios que en un sistema de reparto con beneficio definido son estadísticamente no significativos. Al mismo tiempo, analizamos la equidad del sistema en términos de las diferencias de riesgo soportadas por mujeres solteras, hombres solteros y hombres casados con carga familiar. A fin de conducir tal análisis proponemos la hipótesis de que las diferencias en riesgo son estadísticamente no significativas.

Otra aportación de este artículo es la metodología de trabajo empleada. Si bien empleamos un modelo de simulación parametrizado con datos reales de manera similar al presentado por Blake, Cairns y Dowd (2001, 2004) para un hipotético sistema obligatorio de pensiones con cuentas de capitalización individual y CD en el Reino Unido, aquí modelamos el riesgo de desempleo de un modo no considerado en esos trabajos y para un sistema real, no hipotético, con paráme-

<sup>5</sup> Vale la pena advertir que otras simulaciones del riesgo de sistemas de pensión de CD para países en donde el sistema aún no está en marcha se basan por lo general en parámetros y órdenes de magnitud asociados a los mercados financieros preexistentes en esos países, los cuales es posible que cambiarían con la sola introducción de un sistema como el chileno que genera una mayor demanda de activos financieros, un cambio en la completitud de los mercados y consecuentemente en las oportunidades de diversificación del riesgo para los individuos.

tros establecidos y cuya viabilidad ha sido probada. La relevancia de estimar los riesgos con parámetros reales en un sistema en marcha con más de 20 años de antigüedad, en lugar de uno hipotético, es que se ha argumentado (Feldstein y Liebman, 2001) que la introducción de un sistema de pensiones como éste produce cambios considerables en los mercados (completitud, profundidad, liquidez, refinación de los inversores y disponibilidad de instrumentos financieros) y en los precios relativos del riesgo y rendimientos esperados (Kotlikoff, Smetters y Walliser, 2001), lo que trae consigo menores riesgos de mercado y/o mayores rendimientos.<sup>6</sup> Aquí utilizamos parámetros de riesgo y rendimiento congruentes con un sistema de pensiones, como el mencionado, en marcha.

La introducción del riesgo de desempleo la hacemos de manera que se tome en cuenta el efecto de cohortes descrito en Larrañaga y Paredes (1999). La relevancia de incluir tal efecto es que la probabilidad de desempleo es condicional al estado anterior, en el que la probabilidad de encontrarse desempleado es mayor para alguien que ya lo está, mientras que la posibilidad de desempleo para alguien empleado es menor. La incorporación de este fenómeno es pertinente puesto que aumenta exponencialmente el periodo esperado de desempleo una vez que se está en ese estado y refleja de manera mucho más realista el efecto en la acumulación del fondo de pensión. Larrañaga y Paredes (1999) encuentran que el riesgo de desempleo y la posibilidad condicional de conseguir empleo, dado el estado actual de cada persona, en Chile, cambia con la edad: es menor la posibilidad de conseguir empleo en la juventud temprana y en los años cercanos al retiro. Estos factores morigeran el efecto del riesgo de desempleo en la pensión acumulada a la fecha de retiro, dado que los salarios son más bajos en esas edades que en la edad media, cuando los sueldos son mayores. En este trabajo se considera un modelo de ciclo de vida y salario que permite simular la pauta de acumulación y su relación con los riesgos de mercado y desempleo de modo más detallado.<sup>7</sup>

<sup>6</sup> En otros modelos de equilibrio general (por ejemplo, Diamond y Geanakoplos, 1999) se ha encontrado que la introducción de un sistema de seguridad social como el evaluado aquí lleva a una disminución del premio por riesgo y consecuentemente a una reducción de los rendimientos de mercado.

<sup>7</sup> Blake, Cairns y Dowd (2001) incorporan en sus simulaciones el riesgo de desempleo condicional a la edad, sin embargo sus estimaciones de la probabilidad de desempleo provienen de series de tiempo transversales y no de cohortes, además de considerar probabilidades simples para

Por otro lado, estudiamos el efecto discriminatorio de los riesgos y del sistema entre mujeres, hombres solteros y hombres con carga familiar. Una de las desventajas de los sistemas de capitalización individual y privados con CD es que hacen que cada individuo, a fin de asegurar su riesgo de supervivencia, tenga que comprar una anualidad. En el caso de las mujeres la mayor supervivencia implica un mayor costo de la anualidad y por tanto los riesgos podrían afectar más agudamente la probabilidad de conseguir una pensión (anualidad) determinada. Lo mismo sucede con los hombres casados, quienes en la ley se prevé que puedan legar sus pensiones a sus cónyuges. Contrariamente a un sistema de reparto con BD, en el que el gobierno puede hacer una agrupación de los riesgos de supervivencia y redistribuir los mayores costos de la anualidad de las mujeres y hombres casados entre todos los contribuyentes del sistema, en el sistema chileno cada contribuyente debe soportar sus costos y por tanto también el efecto de mayores riesgos. En este trabajo estudiamos la significación estadística que ese diferencial de riesgos representa para cada clase de contribuyente.

Por último, el artículo permite establecer un orden de importancia de los riesgos mencionados y así priorizar con medidas cuantitativas y objetivas un programa de trabajo de las políticas públicas destinadas a reducirlos. Creemos que este artículo puede contribuir al debate de la conveniencia de adoptar sistemas similares a éste en otros países y al programa de trabajo del sistema de seguridad social de Chile en sí mismo.

## I. EL SISTEMA DE PENSIONES CHILENO

El sistema de pensiones chileno inició en 1980<sup>8</sup> la transición desde un sistema de seguridad social de reparto (no financiado) con planes de pensiones de beneficio definido (BD) hacia un sistema privado (financiado) con planes de contribución definida (CD), con base en cuentas de capitalización individual. El sistema chileno no garantiza el monto de las pensiones a la fecha de retiro, más allá de una pen-

cada periodo en lugar de las probabilidades de desempleo condicionales al estado de empleo del periodo anterior.

<sup>8</sup> El nuevo sistema fue creado por el Decreto Ley 3500 de 1980.

sión mínima provista por el Estado de alrededor de 100 dólares por mes, para afiliados con al menos 20 años de aportaciones.

El sistema es de participación obligatoria para los trabajadores civiles y dependientes, quienes deben aportar 10% de su ingreso imponible con tope de seis unidades de fomento (unos 200 dólares), correspondientes a un ingreso imponible de 60 unidades de fomento (unos 2 mil dólares). Al cumplir con las condiciones para jubilarse (ya sea por vejez o jubilación anticipada), el afiliado puede escoger entre tres modalidades de pensión: *i*) retiro programado, en que el afiliado mantiene la propiedad de sus fondos, y de los cuales efectúa retiros mensuales, reteniendo por tanto los riesgos de rendimientos de la inversión y sobrevida; *ii*) renta temporal con renta vitalicia diferida, en la que el afiliado transfiere sólo una parte de sus fondos a una compañía de seguros de vida con objeto de financiar una renta vitalicia cuyo pago se iniciará en una fecha convenida, y el saldo que decide mantener en su cuenta individual permitirá financiar una renta temporal hasta que se inicie el pago de la renta vitalicia, y *iii*) renta vitalicia, en la que el afiliado utiliza sus fondos para comprar una renta vitalicia, en este caso la compañía de seguros asume los riesgos mencionados.

El afiliado de un plan de CD enfrenta una serie de riesgos que inciden en su pensión: el riesgo de realizar menores contribuciones debido a desempleo, retiro temporal de la oferta laboral para cuidar a los hijos (principalmente en el caso de las mujeres) o a enfermedad; el riesgo de la rentabilidad de los activos durante el periodo de contribución, y al momento de su retiro; el riesgo de la rentabilidad (implícita) ofrecida en las rentas vitalicias, en caso de que escoja esta modalidad de pensión. Esto además del riesgo de altos costos de administración (los cuales se deducen de su cuenta),<sup>9</sup> y de regulaciones que puedan perjudicar la relación riesgo-rendimiento de sus inversiones. En este trabajo construimos un modelo estocástico, que permite evaluar por simulación de Montecarlo el desempeño desde la perspectiva de un afiliado común en el sistema chileno.<sup>10</sup> La medida de riesgo que utilizamos, muy similar al concepto de valor en riesgo

<sup>9</sup> En general se reconoce que los sistemas privados incurren en mayores costos de administración, debido a mayores gastos de comercialización, por ejemplo.

<sup>10</sup> El afiliado común que aquí consideramos es un trabajador dependiente durante toda su vida laboral.

(VR), consiste en preguntarse con qué probabilidad la pensión será igual o superior a 70% del salario promedio de los últimos 15 años de trabajo.<sup>11</sup>

Trabajos similares son los de Zurita (1994), que estima el valor del seguro de pensión mínima garantizada. Dicho autor se centró en el riesgo de inversión, mientras que el presente trabajo modela explícitamente el riesgo de desempleo, e incorpora la curva de salario en el ciclo de vida. Otro trabajo relacionado es Blake (1998), quien compara los planes de CD con los de BD en el Reino Unido, incluyendo ambos riesgos; nuestro trabajo extiende dicho enfoque para incluir la dinámica del desempleo con probabilidades de transición entre empleados y desempleados.

A partir de aquí el artículo se organiza como sigue: la sección II presenta el modelo, en la sección III presentamos la estimación de los parámetros y en la IV, los resultados de las simulaciones. Finalmente, se ofrece las conclusiones y sugerencias para investigación posterior.

## II. EL MODELO

Nuestro objetivo es evaluar el nivel de pensiones que permite alcanzar un plan de CD como el chileno, con distintos panoramas de empleo, rentabilidad y riesgo, y compararlo con un BD hipotético igual a 70% del salario percibido en los últimos 15 años de actividad.<sup>12</sup>

La manera que elegimos de evaluar el riesgo que trae consigo un sistema de CD como el chileno es el uso de simulaciones de Montecarlo. La razón para hacerlo es que nos interesa no sólo determinar un valor esperado y una varianza sino también obtener distintos percentiles de la distribución, porque los sistemas de seguridad social tienen como objetivo proporcionar un mínimo de seguridad a los afiliados y por tanto la medida pertinente de riesgo es el “valor en riesgo (VR) a distintos grados de confianza”.

Para analizar el resultado del afiliado necesitamos definir su horizonte de planeación. Hay tres posibilidades, según la modalidad

<sup>11</sup> En los planes de beneficio definido del Reino Unido la pensión por recibir se determina como un porcentaje del salario final (en general 66%), por lo que este criterio se puede considerar como casi equivalente.

<sup>12</sup> Los beneficios que otorgaba el anterior sistema de reparto chileno variaban mucho entre sí, tanto en la edad necesaria para jubilarse, los años de trabajo necesarios y el monto de la pensión.



de pensión: *i*) en un retiro programado el horizonte hasta el cual el contribuyente-inversor está sometido al riesgo que queremos evaluar corresponde al tiempo que le queda de vida; *ii*) en una renta temporal con renta vitalicia diferida el horizonte de riesgo llega hasta el momento en el cual compra su renta vitalicia, y *iii*) si se elige una renta vitalicia, el horizonte de planeación finaliza en la fecha de retiro. Nótese que en la alternativa *i*) y *ii*) el contribuyente está expuesto al riesgo financiero y al riesgo de supervivencia durante un mayor periodo que en la opción *iii*) y por tanto aumenta innecesariamente su riesgo.<sup>13</sup> Al elegir las opciones *i*) o *ii*) el individuo cambia un mayor rendimiento esperado, propio de mantener parte de sus inversiones en renta variable, por un mayor riesgo. Si bien distintos inversores con diferentes actitudes frente al riesgo pueden encontrar más atractiva la opción *i*) o la *ii*) aquí intentamos obtener una medida objetiva del riesgo al que el sistema somete al individuo promedio al momento de retirarse y por tanto no nos interesa considerar las razones subjetivas que pueden hacer que un individuo tome voluntariamente un mayor riesgo.<sup>14</sup> Más aún, en la opción *i*) el individuo al tomar riesgo de supervivencia se expone a una incertidumbre que sería perfectamente asegurable mediante la compra de una anualidad si el individuo elige la opción *iii*). En consecuencia se supone que el horizonte coincide con la fecha de retiro y que los inversores toman la opción *iii*).

De manera específica suponemos que si está empleado el afiliado contribuye una fracción  $a$  de su salario al fondo de pensiones, y que éste evoluciona de acuerdo con el siguiente proceso estocástico:

$$dF_t = [rF_t - W(A)u(t)]dt + F_t \sigma d\tilde{z}(t) \quad (1)$$

en el que:

- $F_t$  el monto de fondos acumulados en la cuenta de capitalización individual;
- $r$  la rentabilidad esperada de los fondos de pensión;

<sup>13</sup> Suponemos aquí, como en la mayoría de los modelos de valuación de activos financieros, que el proceso que siguen los precios de las inversiones es geométrico browniano y, por tanto, inequívocamente el riesgo del fondo de pensión aumentará junto con el horizonte.

<sup>14</sup> Blake, Cairns y Dowd (2003) presentan un análisis de qué tipo de preferencias conducen a tomar la anualidad o postergar su compra y adoptar distintas estrategias de inversión.

- la tasa de contribución como un porcentaje del salario imponible (característicamente 10%);
- $W(A)$  el salario en función de la edad del afiliado,  $A$ ;
- $u(t)$  variable dicotómica, que toma el valor 1 si la persona está empleada en el mes  $t$  y 0 en otro caso;
- $dz(t)$  es el incremento de un proceso de Wiener estándar.

La ecuación (1) admite reversión a la media y heteroscedasticidad. Sin embargo, en nuestro modelo base consideramos que tanto la media como la volatilidad son constantes.<sup>15</sup> Si bien la teoría de inversiones pudiera recomendar destinar un porcentaje creciente a los bonos al transcurrir el tiempo, y por tanto una composición no estable del fondo entre acciones y bonos, como una primera aproximación consideramos por simplificación un fondo de pensiones con ponderaciones estables de bonos y acciones. En efecto, el fondo óptimo debería convergir gradualmente a un bono de largo plazo con duración similar a la de la renta vitalicia que el afiliado comprará en la fecha de retiro; esta estrategia se defiende respecto al riesgo de tasa de interés de las rentas vitalicias.<sup>16</sup>

En nuestro modelo el riesgo de desempleo es representado por medio de un proceso estocástico con dos estados, en el que el estado 1 representa estar empleado y el estado 2, desempleado. Por simplificación y porque nuestro interés no es predecir la situación de un individuo particular sino de un individuo promedio,<sup>17</sup> modelamos el riesgo de desempleo como un proceso Markov. De manera específica, sean  ${}_1^A(d)$  y  ${}_2^A(d)$  las probabilidades incondicionales del estado 1 (empleado) y estado 2 (desempleado), respectivamente, para un trabajador de edad  $A$  y en un momento en que la economía tiene una

<sup>15</sup> La investigación empírica del comportamiento de los precios de los activos financieros indica que existe reversión a la media y heteroscedasticidad (véase Lo y MacKinlay, 1988). Por ello, se proponen modelos que ponderan más la información reciente, como el modelo GARCH propuesto por Engle (1982) y Bollerslev (1986), por ejemplo aplicado a las tasas de interés por French, Schwert y Stambaugh (1987), y a tipos de cambio por Hsieh (1988) y Giovannini y Jorion (1989). La ventaja de suponer que el precio de los activos sigue un proceso geométrico browniano es su sencillez y por eso la mayoría de los modelos de valuación de activos considera que el mercado sigue tal proceso.

<sup>16</sup> La estructura de rendimiento de la madurez determina en gran parte la rentabilidad ofrecida por las compañías de seguros en las rentas vitalicias (véase Edwards, 1997).

<sup>17</sup> A nivel individual posiblemente la probabilidad de estar empleado a futuro depende de la historia personal del afiliado y de sus empleos anteriores, si es que los ha tenido; por ejemplo, una persona que ha cambiado muchas veces de trabajo podría tener una mayor probabilidad de desempleo temporal en el futuro.

tasa de desempleo  $d$ . Por supuesto, para cada edad ( $A$ ) y nivel de desempleo ( $d$ ), dado que los estados 1 y 2 son exhaustivos y mutuamente excluyentes, la suma de las probabilidades debe ser 1:

$$p_1^A(d) + p_2^A(d) = 1 \quad (2)$$

La evolución dinámica que el afiliado experimenta al pasar de un estado a otro (empleo a desempleo y viceversa) se representa con una matriz de probabilidades de transición ( $p_{ij}^A$ ), en la que  $p_{ij}^A$  representa la probabilidad condicional de que el próximo periodo estará en el estado  $j$ , dado que actualmente se encuentra en el estado  $i$  a la edad  $A$ . Por supuesto,

$$p_{i1}^A + p_{i2}^A = 1, \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (3)$$

La relación entre las probabilidades de transición y las incondicionales está dada por las ecuaciones de Chapman-Kolmogorov:

$$\begin{bmatrix} p_{11}^A & p_{12}^A \\ p_{21}^A & p_{22}^A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11}^A & p_{12}^A \\ p_{21}^A & p_{22}^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11}^A & p_{12}^A \\ p_{21}^A & p_{22}^A \end{bmatrix} \quad (4)$$

Nótese que las probabilidades de transición  $p_{ij}^A$  dependen de la edad del afiliado. Por tanto, la contribución que el afiliado realiza dependerá de si está empleado y de su salario, que también cambia con la edad.

En términos discretos, el riesgo de inversión de la cartera es modelado por la trayectoria estocástica que sigue el valor de los activos acumulados en el fondo de pensiones:

$$X_t = X_{t-1} + r_{t-1} X_{t-1} + \sigma_{F,t-1} \tilde{z}(t) \quad (5)$$

en el que

- $X_t$  el valor de los fondos de pensión;
- $r_{t-1}$  la rentabilidad esperada de los fondos de pensión;
- $\sigma_{F,t-1}$  la volatilidad de la rentabilidad de los activos del fondo;
- $\tilde{z}$  un incremento a un proceso de Wiener estándar, en el que las dos fuentes de riesgos se suponen independientes, es decir,  $\text{cov}(u, z) = 0$ .

El proceso de acumulación es modelado explícitamente por la siguiente trayectoria estocástica que sigue el nivel de los activos acumu-

lados en el fondo de pensiones (el equivalente discreto de la ecuación (1)):

$$F_t = [F_{t-1} + W(A)u(t)] - F_{t-1} - z(t) \quad (6)$$

en la que los parámetros se definen como en (1).

La evolución estocástica de  $u(t)$  es descrita por las probabilidades de transición analizadas líneas arriba; por ejemplo, si en el mes  $(t-1)$  el afiliado está empleado, entonces la probabilidad de que el individuo esté empleado en el mes  $t$  es  $p_{11}^A(d)$  y la probabilidad de que esté desempleado es  $p_{12}^A(d)$ . En el modelo básico, si la persona está empleada, los salarios dependen de la edad de manera determinística. Debido a que es tradicional en la bibliografía de pensiones comparar el monto de las pensiones con el promedio de salario de los últimos 10 a 15 años del trabajador, definimos como numerario el salario promedio de los últimos 15 años. De esta manera, tanto el fondo acumulado como las pensiones por recibir están expresados en unidades de salarios promedio.

### III. DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS

#### 1. *Horizonte de planeación*

En la simulación consideramos un afiliado característico que comienza a cotizar a los 25 años de edad y se retira a los 60 años si es mujer o a los 65 años si es hombre, que contribuye con 10% de su renta imponible a su fondo de pensiones si está empleado y 0 en caso contrario. En el modelo la probabilidad de estar empleado el próximo periodo depende del nivel agregado de desempleo (que percibe la situación macroeconómica), de la edad del afiliado y de si éste se encuentra empleado o desempleado actualmente. Por otra parte, no se considera el efecto de variables como tipo de ocupación, ingreso o escolaridad porque estamos considerando un individuo promedio.

#### 2. *Características de los salarios*

Larrañaga y Paredes (1999) encuentran para el mercado laboral chileno la conocida forma de U invertida de los salarios al variar la edad, así como de U para el desempleo, esto es, el desempleo afecta

más a los trabajadores jóvenes y de mayor edad. La U invertida para el salario coincide con lo esperado y constituye un hecho estilizado encontrado con frecuencia en la bibliografía de economía laboral en estudios transversales de series de tiempo en la mayoría de los mercados de trabajo del mundo y en varios trabajos basados en cohortes a lo largo del tiempo.<sup>18</sup> En cambio, la forma funcional convexa decreciente-creciente encontrada para la relación entre nivel de empleo y edad no es representativa de toda economía y es una característica particular de Chile.<sup>19</sup>

La base de datos utilizada por Larrañaga y Paredes (1999) consiste en cohortes artificiales para Santiago de Chile en el periodo 1957-1996, generados a partir de la información de la encuesta de empleo y desempleo que realiza periódicamente el Departamento de Economía de la Universidad de Chile. Específicamente, Larrañaga y Paredes ajustaron una función logarítmica para modelar la relación entre salario y edad, obteniendo un coeficiente de  $R^2$  de 0.88 (las pruebas  $t$  se presentan entre paréntesis).

<sup>18</sup> La forma de U invertida de la relación entre el salario y la edad es encontrada, entre tantos otros y para diferentes países, por Larrañaga y Paredes (1999), Blanchflower (1996), Adams (1999) y Dobbs (2004) y se encuentra documentada en manuales de Economía Laboral como el de Benjamin, Gunderson y Ridell (2002). Este hecho estilizado ha sido frecuentemente racionalizado como consecuencia del ciclo de vida del capital humano. En la juventud, al haber poco capital humano acumulado, los salarios son bajos, por tanto, el costo marginal de retirarse de la fuerza laboral para capacitarse es bajo y los individuos se capacitan. Esto hace que la acumulación de capital humano y las remuneraciones suban en los años posteriores hasta alcanzar su máximo entre los 35 y los 50 años de edad dependiendo del país. Luego de esa edad, los individuos encuentran que el poco tiempo que les queda en la fuerza laboral y el sacrificio en término de salarios que implica renunciar a horas de trabajo para capacitarse no justifica el seguir invirtiendo en educación, consecuentemente la última decae y así también los salarios, ya que parte del capital humano adquirido en la juventud se deprecia o desactualiza. Otras teorías, como la presentada por Vergard (2003), señalan que los salarios descienden en la adultez tardía y en la vejez, como consecuencia del deterioro de las capacidades mentales y de la correlación de éstas con la productividad del trabajo.

<sup>19</sup> La preponderancia de mayores tasas de desempleo entre los jóvenes es un fenómeno registrado en la bibliografía (véase, por ejemplo, Blanchflower, 1996). Respecto al relativamente alto desempleo entre los adultos mayores, estudios como el de Gregory (1999) para Australia encuentran que la tasa de participación en la población económicamente activa de los mayores, como porcentaje del grupo etéreo, es decreciente con la edad a partir de alrededor de los 50 años. Aunque una escasa participación porcentual no implica forzosamente un bajo nivel de empleo, la poca participación de los hombres mayores se puede deber a que los mismos no están dispuestos a trabajar el número de horas requerido en el mercado y/o a que no están dispuestos a tomar cualquier tipo de trabajo por el mismo salario que requieren los hombres maduros más jóvenes. Esto los haría figurar en la encuesta de hogares como personas dispuestas a trabajar que no encuentran empleo omitiéndose el potencial condicionante, no revelado por la encuesta, de que “no encuentran un empleo que les satisfaga”. Otra explicación es que la reinserción laboral en la adultez es menos probable puesto que el individuo se encuentra sobrecalificado para muchos empleos que le gustaría tomar pero que por esa misma condición no se le ofrecen.

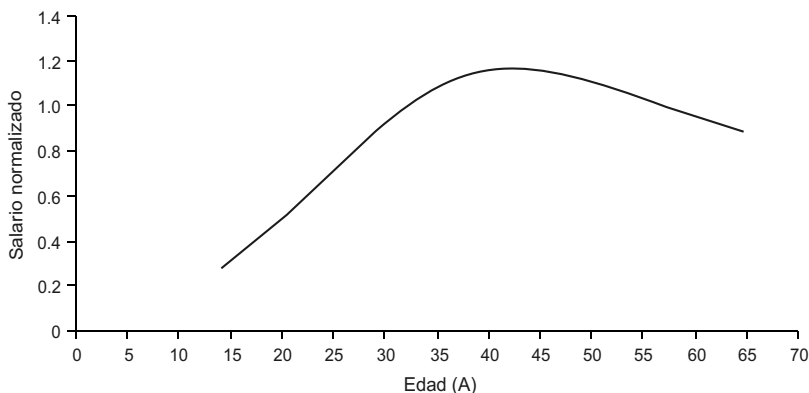
$$\text{Log}(W(A)) = 1.15 + 0.10A - 0.001A^2 + 0.00001A^3 \quad (7)$$

( 37.5) (37.4) ( 27.4) (21.7)

Nuestras simulaciones utilizan la ecuación anterior para simular el salario de los contribuyentes al sistema de seguridad social a lo largo de la vida. Dicha ecuación se ilustra en la gráfica 1. Como nuestro marco de referencia con el cual comparar los pagos de una anualidad de retiro conseguida por el sistema de CD de Chile es 70% del sueldo promedio obtenido por los individuos en sus últimos 15 años de la vida laboral, hemos normalizado los salarios para expresarlos como una fracción de ese salario promedio haciéndolo igual a 1.

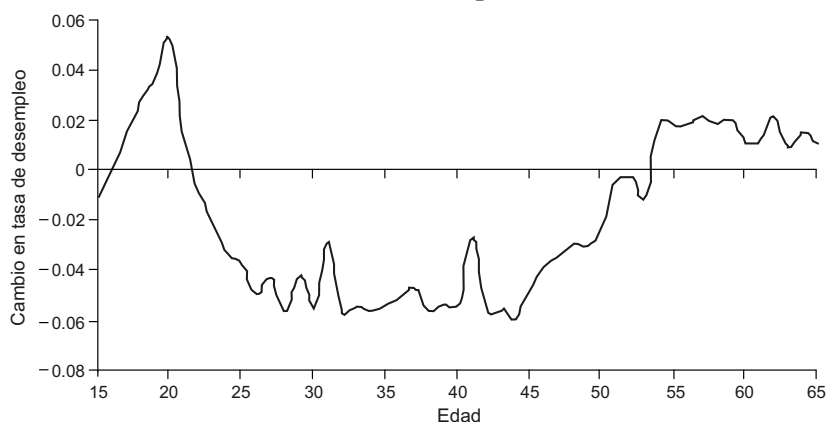
Como se observa en la gráfica 1, por lo común, el característico trabajador dependiente chileno incrementa su salario hasta pasados sus 40 años de edad, y que de allí en adelante su salario decrece con la edad.

GRÁFICA 1. *Evolución del salario con la edad*



Otra variable importante para la acumulación de los fondos de pensión es la tasa de desempleo. Al respecto, Larrañaga y Paredes muestran el importante efecto que tiene la edad en la tasa de desempleo que afecta al individuo en cada edad, comparada con la tasa de desempleo de la economía. La gráfica 2 presenta estos resultados, los que también son incorporados en nuestra simulación. Como muestra esta gráfica la tasa de desempleo agregado afecta de distinta manera a los trabajadores según su edad. En este caso, afecta más a los menores de 20 años y a los mayores de 50 años de edad.

Para comprender la necesidad de estimar las probabilidades de

GRÁFICA 2. *Tasa de desempleo versus edad*

transición, conviene advertir que una tasa de desempleo promedio no es útil para simular la probabilidad de un trabajador de quedar desempleado, ya que puede reflejar muchas situaciones diferentes. Por ejemplo, una tasa de 8% con una fuerza laboral de 5 millones de personas podría provenir de 4.6 millones de personas trabajando y 400 mil desempleados durante todo el año, o de 5 millones de trabajadores que pueden haber estado desempleados durante un mes, etc. Dado que nuestro interés es determinar el efecto del desempleo en la acumulación de ahorros para el retiro, es necesario estimar con qué probabilidad una persona puede perder su empleo y durante cuánto tiempo permanecerá desempleada; para lo segundo necesitamos estimar con qué probabilidad esa persona vuelve a conseguir empleo en cada mes subsiguiente, dado su estado de desempleado. Por esta razón, para percibir adecuadamente el riesgo de desempleo que los trabajadores enfrentan y sus consecuentes efectos en sus futuras pensiones de vejez, se requiere explícitamente modelar la dinámica del desempleo individual para cada individuo dada su edad y no el desempleo agregado.

Haindl (1985) determinó la probabilidad de que una persona, que está desempleada, encuentre empleo el siguiente mes, para diferentes años en la economía y dadas sus respectivas tasas de desempleo. Utilizando estas estimaciones, como una aproximación general, se realizó una estimación por medio de un modelo *logit* de la relación entre la probabilidad de transición  $p_{21}$  (la probabilidad de encon-

trar trabajo dado que está desempleado) y el nivel de desempleo de la economía, obteniendo un coeficiente  $R^2$  ajustado igual a 0.6435:

$$\ln \frac{P_{21}^A}{1 - P_{21}^A} = 1.0073 + 6.12979d(A) \quad (8)$$

( 8.008 ) ( 5.6289 )

por tanto, la expresión que utilizamos para determinar dicha probabilidad es:

$$P_{21}^A = \frac{\exp(1.0073 + 6.12979d(A))}{1 + \exp(1.0073 + 6.12979d(A))} \quad (9)$$

La ecuación (9) y la de Chapman-Kolmogorov permiten estimar las probabilidades de transición en función de la tasa de desempleo de la economía, las que a su vez son ajustadas por edad, según Larrañaga y Paredes (1999). Por ejemplo, un sujeto que comienza a buscar trabajo a la edad de 25 años, en una economía que tiene una tasa de desempleo agregada de 10%, por estar en el grupo de individuos de esa edad, está expuesto a una tasa de desempleo para su grupo de edad de 6.3%, lo cual implica que la probabilidad de estar trabajando en un mes más, dado que ahora está desempleado, es (de acuerdo con la ecuación (9)) de 19.88%, y por tanto, que la probabilidad de seguir desempleado en el siguiente mes es de 80.12%. Utilizando la ecuación de Chapman-Kolmogorov se obtiene  $p_{11}^A$ , la probabilidad de que un individuo empleado mantenga su empleo.

$$p_{11}^A = \frac{[(1 - P_{11}^A)P_{21}^A]}{1 - P_{11}^A} \quad (10)$$

De esta manera un individuo de 25 años de edad que actualmente está trabajando tiene una probabilidad de 98.66% de seguir trabajando en el siguiente mes y, por tanto, una probabilidad de 1.34% de quedar desempleado.

En otro ejemplo el mismo desempleo agregado de 10% implica un desempleo promedio de 11.91% para individuos con 55 años de edad. A su vez, ello implica que su probabilidad de encontrar trabajo el mes siguiente, dado que ahora está desempleado, es de 14.96%, y la probabilidad de seguir empleado el mes próximo, dado que ahora también lo está, es de 97.97 por ciento.



Otra manera de ver estas diferencias, es considerar el tiempo esperado que una persona de edad  $A$ , que está desempleada, demora en encontrar trabajo  $\frac{A}{p_{21}}$ . En el caso de un proceso markoviano con dos estados, se encuentra que:

$$\frac{A}{21} = \frac{1}{p_{21}^A} \quad (11)$$

Si se considera ese ejemplo, una persona de 25 años demoraría en promedio 4.9 meses en encontrar trabajo; en cambio, la persona de 55 años demoraría en promedio 6.3 meses.

Dada la gran influencia del empleo informal en la América Latina habría sido deseable estudiar la dinámica de empleo y estimar las probabilidades de transición mencionadas líneas arriba discriminando de manera apropiada entre empleo formal e informal. Si los trabajadores informales, debido a su condición, se vieran impedidos de realizar una contribución mensual a su fondo de pensión, el considerar a los mismos como “ocupados” nos induciría a sobreestimar la probabilidad de que el trabajador promedio pueda hacer una contribución. Lamentablemente, ni la encuesta de empleo que publica el Instituto Nacional de Estadísticas de Chile ni los datos de la Encuesta de Empleo y Desempleo del Departamento de Economía de la Universidad de Chile, en los que se basan Larrañaga y Paredes, distinguen entre empleo formal e informal. La falta de datos nacionales hace imposible conocer la relevancia y magnitud del empleo informal en Chile así como su potencial efecto en la acumulación de los fondos de pensión, que es nuestro objetivo en este trabajo. Sin embargo, nótese que nuestro interés está en estimar el riesgo al cual está sujeta la pensión de un individuo promedio en el sistema chileno.

Dado que las aportaciones a la cuenta individual y privada del régimen previsional se deducen de la renta del trabajador, la decisión de la persona de evadir sus aportaciones a su propio fondo de pensión (las cuales, aun en algunas circunstancias de informalidad, podría hacer de manera autónoma) no se consideraría un riesgo similar al de desempleo ya que en estas circunstancias el trabajador está recibiendo un ingreso y decide no aportar.<sup>20</sup> Igualmente, sería desea-

<sup>20</sup> Si bien es verdad que las circunstancias de informalidad no son todas iguales y que la mayoría de las veces los ingresos de los trabajadores de otros países latinoamericanos están por de-

ble al menos establecer un orden de magnitud o límite superior del error que se podría estar introduciendo al considerar como ocupados a los que tienen una situación informal. Si los trabajadores informales estuvieran registrados por la encuesta como desocupados, al suponer nosotros que los mismos no pueden aportar, no estaríamos incurriendo en ningún error. Nuestra preocupación debe dirigirse entonces a verificar si los trabajadores informales son captados por la encuesta como ocupados y nosotros los consideramos como capaces de aportar a su fondo de pensión cuando en realidad no pueden hacerlo.

El cruce de las estimaciones totales de ocupados realizadas por el Departamento de Economía de la Universidad de Chile, con los datos de contribuyentes de la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensión (SAFP), nos debería permitir encontrar por diferencia el número de trabajadores incluidos en la encuesta de empleo como ocupados que no contribuyen debido a su condición de informal. Lamentablemente, el número total de ocupados es sólo una estimación sujeta a error y el número de contribuyentes presentado por la SAFP podría contener duplicaciones por la existencia de múltiples cuentas por individuo (correspondientes a más de un empleo por individuo o consolidaciones faltantes de cuentas pendientes) y redundancias por las contribuciones de rentistas y amas de casa no considerados en las encuestas de empleo. Por tanto, los números sólo nos alertarían de una diferencia si el total de contribuyentes fuera inferior al total de ocupados estimados en la encuesta de empleo.

El número de contribuyentes en activos en marzo de 2005 según la SAFP fue de 3 150 640 individuos, mientras que el de ocupados estimado por el Departamento de Economía de la Universidad de Chile en la encuesta de ese mismo mes (la cual podría llegar a incluir trabajadores formales e informales) resultó de 2 635 000 individuos. La incompatibilidad, en el supuesto que el error en la encuesta de em-

bajo del mínimo de supervivencia, dejando pocos grados de libertad en la decisión acerca de si hacer la aportación previsional o no, para entender la situación representativa del trabajador informal en Chile se necesitaría conocer no sólo cuál es la magnitud del desempleo informal en Chile sino también el ingreso de los trabajadores informales y su carga familiar. Esto para considerar si la evasión de la aportación previsional obligatoria es consecuencia de la situación que le tocó vivir (riesgo laboral) o una decisión.

pleo y/o en la contabilidad de los fondos de pensiones no es muy grande, es que el número de trabajadores informales en Chile, que están impedidos de aportar a su fondo de pensión debido a su condición, sería inferior al número de rentistas y amas de casa (excluidos en las cuentas de empleo pero no en las de la SAFF) y/o que al menos parte de los trabajadores informales no están incluidos como ocupados en los datos de empleo. Esto claramente no nos dice que las probabilidades condicionales de empleo o desempleo sean correctas sino que sólo pone un límite al tamaño del error que se podría estar cometiendo por considerar a los trabajadores informales como sujetos ocupados capaces de realizar una aportación a su fondo de pensión.

### 3. Rentabilidad y riesgo

Si no hubiese contribuciones periódicas al fondo de pensiones la evolución de (4) podría interpretarse como la del valor de la cuota:

$$F_t = F_0 e^{(r - \frac{1}{2}\sigma^2)t} e^{\sigma \tilde{z}(t)} \tag{4}$$

Nótese que la ecuación (4) implica que el valor de la cuota del fondo sigue un proceso browniano geométrico, no así el nivel acumulado del fondo (4), dada la presencia de contribuciones mensuales. La ecuación (4) presenta dos parámetros por estimar: la rentabilidad esperada de los fondos acumulados y la volatilidad de la rentabilidad de la cuota. Ambos parámetros se estiman con una serie histórica de valores mensuales de cuotas de los distintos fondos en el periodo 1981-2001,<sup>21</sup> de la forma usual:

$$s^* = s\sqrt{12}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$$

en la que

<sup>21</sup> La serie termina en 2001 debido a que en 2002 se introducen los fondos múltiples, de modo que el afiliado puede optar entre cinco carteras distintas, cada una con una combinación diferente de instrumentos de renta fija y renta variable. Si bien en este periodo la composición de los fondos de pensiones varió de manera importante (por ejemplo, los primeros cinco años no podían invertir en acciones), empíricamente la volatilidad histórica calculada en periodos móviles no ha mostrado una tendencia al alza, ello es posible que se deba a la fórmula de cálculo del valor de la cuota (que alisa las fluctuaciones en el precio de acciones), y al efecto de diversificación de incluir nuevas clases de activos.

$$u_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i$$

$n - 1$  el número de observaciones mensuales y  $S_i$  el valor de la cuota de un fondo de pensión a comienzos del mes  $i$ .

Los resultados por AFP se presentan en el cuadro 1; como parámetro base de las simulaciones se utilizó la volatilidad promedio de 8.99% anual. Por otra parte, la rentabilidad promedio en igual periodo ha sido de 10.7% real; pero consideramos una media más conservadora de 7% real en nuestras estimaciones,<sup>22</sup> y realizamos sensibilizaciones a ambos parámetros.

CUADRO 1. *Volatilidades anualizadas*

AFP	Volatilidad anual
HÁBITAT	0.087664
MAGÍSTER	0.094398
PLANVITAL	0.089236
PROVIDA	0.083894
SANTAMARÍA	0.090480
SUMMA BANSANDER	0.093753
PROMEDIO	0.089910

FUENTE: elaboración propia, a partir de estadísticas publicadas por la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones.

#### 4. *El capital necesario y la rentabilidad ofrecida por las rentas vitalicias*

El capital necesario se define como la cantidad que requiere un individuo para comprar una renta vitalicia que le ofrezca una pensión anual igual a una unidad. Por supuesto, el capital necesario depende de la rentabilidad ofrecida por la compañía de seguros y las tablas de mortalidad que corresponden al sujeto de que se trate (las que son en función de su edad). La rentabilidad ofrecida por las rentas vitalicias se estimó por medio de la siguiente relación:<sup>23</sup>

<sup>22</sup> La rentabilidad promedio ha venido descendiendo con el tiempo.

<sup>23</sup> Esta relación se ha obtenido tomando la serie de datos mensuales entre enero de 1993 y junio de 2000 de las rentabilidades ofrecidas en las rentas vitalicias y los PRC a 20 años.

$$r_{RV} = \frac{1.974}{(7.66)} - \frac{0.5152}{(12.86)} r_{BC20} \quad (12)$$

en la que  $r_{RV}$  rentabilidad ofrecida por las rentas vitalicias y  $r_{BC20}$  rentabilidad de los pagarés del banco central a 20 años.

Con esta relación y en el supuesto de que la rentabilidad futura de los pagarés reajustables del banco central (PRC) a 20 años se mantiene en un valor de 5.03% por año, encontramos que la rentabilidad ofrecida en las rentas vitalicias predicha por la ecuación (12) es de 4.57% anual. Con este valor y las tablas de mortalidad RV-85H para los hombres y RV-85M y B-85M para las mujeres para determinar los capitales requeridos,<sup>25</sup> se obtiene el valor del capital necesario utilizando la expresión:

$$CN_A = \frac{110}{I} \frac{A}{A} (1 + r_{RV})^i \cdot {}^A P(X = A | X = A) \quad (13)$$

en la que  $CN_A$  el capital necesario para una persona de  $A$  años de edad y  $P(X = A | X = A)$  probabilidad de que el afiliado esté vivo a la edad  $A + i$  dado que tiene  $A$  años de edad. Los valores obtenidos se muestran en el cuadro 2.

CUADRO 2. *Capital necesario*

	<i>Expresado en ingresos anuales promedio de los últimos 15 años</i>
Hombre soltero que se retira a los 65 años de edad	11.44
Hombre casado con cónyuge cinco años menor que se retira a los 65 años de edad	14.98
Mujer que se retira a los 60 años de edad	14.54

### 5. *Sensibilización de los parámetros de riesgo y rendimiento*

Para realizar los cambios de escenarios, que implican dar diferentes valores a la tasa libre de riesgo y al premio por riesgo, se ha supuesto que la relación de éstos sigue el modelo de valoración de activos de capital (CAPM):

<sup>24</sup> Los valores entre paréntesis corresponden a los coeficientes  $t$  de Student de la regresión que tiene un coeficiente de determinación  $R^2$  igual a 0.6551.

<sup>25</sup> Las tablas de mortalidad utilizadas se encuentran en Superintendencia de Valores y Seguros de Chile, Circular núm. 491 del 29 de marzo de 1985 ([http://www.svs.cl/sitio/html/legisl\\_normativa/f\\_legis.html](http://www.svs.cl/sitio/html/legisl_normativa/f_legis.html)).

$$E(r_i) = r_f + \frac{i}{m} (E(R_m) - r_f) \quad (14)$$

En el escenario base se supone un premio por riesgo de mercado futuro de la economía de 8.5%, y una tasa libre de riesgo (real) de 4%.<sup>26</sup> Para la desviación estándar de la cartera de mercado (se usa el IGPA para esta estimación) se utiliza la estimación de Maturana y Walker (1999) que la estiman en 25.4 por ciento.

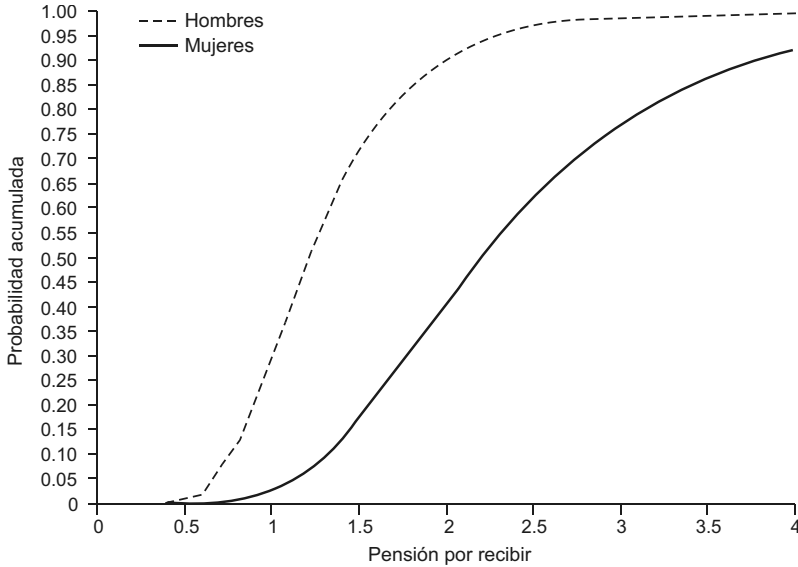
#### IV. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

En esta sección presentamos los resultados de simulaciones realizadas para diferentes panoramas de la tasa de interés libre de riesgo, el premio por riesgo de mercado y la tasa de desocupación. En lo que se refiere a los parámetros de rentabilidad esperada del fondo de pensiones, consideramos los siguientes panoramas:

- i) *Tasa de interés libre de riesgo.* Suponemos un valor base de 4%, y una alternativa de 2 y 6% (todos estos valores indizados a la inflación).
- ii) *Premio por riesgo.* Consideramos un premio por riesgo de mercado para Chile de 8.5% en el escenario base, y consideramos otros escenarios de premio de 5 y de 12%. Vale la pena destacar que si bien el sistema de pensiones chileno tiene hoy en día más de 20 años de antigüedad, dados los cambios que ha sufrido en términos del levantamiento progresivo de restricciones a la diversificación de las carteras, es posible que todavía no se haya reflejado en su totalidad la disminución en el premio de mercado esperable por la introducción de un sistema de pensiones de este tipo.
- iii) *Volatilidades.* Para el fondo de pensiones se estimó en 9 y 25.4% para la cartera de mercado; ambos valores se suponen constantes (no se consideran otros escenarios).
- iv) *Beta de la cartera.* Consideramos una  $\beta$  del fondo de pensiones de 0.354; este valor es congruente con los parámetros del escenario base, más el supuesto de que los fondos de pensiones son car-

<sup>26</sup> A la fecha de este artículo, la tasa de los bonos de 20 años emitidos por el banco central es de 5% real, de modo que este valor debe considerarse conservador.

**GRÁFICA 3. Distribución de probabilidad acumulada de pensiones por alcanzar por afiliados**



teras diversificadas, por lo que no tienen riesgo idiosincrásico.<sup>27</sup> No se consideran otros escenarios para este parámetro, por lo que los resultados deben interpretarse como apropiados para un fondo con composición de renta fija y renta variable constante.

La gráfica 3 muestra la distribución de probabilidades acumulada de las pensiones a alcanzar por afiliados mujeres (línea continua) y varones (línea de guiones) obtenida para el escenario base en que la tasa de desempleo en la economía es 10%, la tasa libre de riesgo es 4% anual y el premio por riesgo es 8.5%. Como se observa, se puede asegurar con 95% de confianza que las pensiones de las mujeres serán superiores a 67% del valor de la pensión definida como objetivo. En el caso de los hombres se puede asegurar con 95% de confianza que sus pensiones serán superiores a 115% de la pensión objetivo, estableciéndose así que el riesgo (medido como valor en riesgo) de un sistema de pensiones privado para los hombres es extremadamente bajo comparado con un sistema de beneficio definido gubernamen-

<sup>27</sup> Al no existir riesgo idiosincrásico, el rendimiento de la cuota está relacionado linealmente con el rendimiento de la cartera de mercado (modelo de mercado sin error residual), por lo que la  $\beta$  de la cartera es el cociente de sus desviaciones estándar.

tal que garantiza un salario igual a 70% de su salario promedio de los últimos 15 años de su vida laboral. El valor así entregado corresponde al valor en riesgo (*Value at Risk*, VR) con una confianza de 95% tomando como referente la pensión definida como objetivo. En resumen, las conclusiones del escenario base son que, con 95% de confianza, con los parámetros utilizados en esta simulación, el sistema de pensiones chileno:

- i) No garantiza a las mujeres una pensión igual o mayor a la que recibirían en un régimen de BD con una pensión igual a 70% del salario promedio de sus últimos 15 años de vida laboral.
- ii) Con 95% de confianza, el sistema de pensiones actual de Chile proporciona una pensión mayor a la que recibirían con dicho sistema de BD de 70% del salario promedio.
- iii) Para todo percentil de la distribución el valor de la pensión alcanzada por las mujeres es inferior al de los hombres, con lo cual, desde un punto de vista del VR, podemos decir que el riesgo introducido por el sistema de pensiones de CD con capitalización y cuentas privadas es superior para las mujeres. Además, esto refleja que, más allá del riesgo, el beneficio esperado por las mujeres es considerablemente menor que el esperado por los hombres.

Dado nuestro modelo, está claro que esta diferencia entre hombres y mujeres tiene dos orígenes. Por un lado, en el sistema de CD cada individuo recibe una pensión en función de su aportación mientras que en el sistema de BD existen redistribuciones de beneficios entre hombres y mujeres. Como las mujeres sólo trabajan hasta los 60 años de edad en cualquiera de los dos sistemas y en el sistema de BD reciben la misma pensión, como porcentaje del sueldo, que los hombres, en ese sistema las mujeres reciben, por año trabajado, un beneficio superior al de los hombres. Al pasar al sistema de CD cada individuo recibe en función de lo que aporta y por tanto el beneficio diferencial para las mujeres desaparece y el menor número de años requeridos para pensionarse deja de ser una desventaja. Nótese que si el sistema permite, como lo hace el chileno, que las personas puedan pensionarse y aún así seguir trabajando, las mujeres podrían optar por seguir trabajando hasta los 65 años de edad y así alcanzar



un beneficio relativo más parecido al de los hombres. Sin embargo, esto no cambia el hecho de que al pasar de un sistema de BD a otro de CD, las mujeres se vean perjudicadas en términos del beneficio esperado y de valor en riesgo.

La otra fuente de las desventajas que plantea el sistema de CD *vs* el de BD para las mujeres es el precio de las anualidades. Dada la mayor esperanza de vida de las mujeres el costo para ellas de una anualidad que pague un beneficio dado es mayor que el de los hombres. Esto implica que, aunque las mujeres acumularan fondos de pensión al mismo ritmo de los hombres, trabajaran por un número igual de años y acumularan un monto igual al de los hombres para cada percentil, no podrían transformar ese monto en anualidades similares al de los hombres porque las anualidades para las mujeres son más caras. Nótese que con el sistema de BD, los gobiernos comúnmente no definen distintos beneficios según las expectativas de vida de cada individuo y, por tanto, las mujeres al tener una expectativa de vida mayor reciben un valor presente mayor de las pensiones por cobrar. En conclusión, en nuestra simulación el sistema de CD perjudica a las mujeres, respecto a lo que podrían esperar de un sistema de BD debido a que el primero es ciego ante las diferencias de género y retribuye a cada contribuyente por su aportación al fondo de pensión en lugar de y no de acuerdo con lo que necesita.

Los resultados en el escenario base y en otros considerados se presentan en el cuadro 3. Los resultados de las 5 mil simulaciones realizadas para cada escenario se registran en términos de la probabilidad de alcanzar una pensión igual o superior a 70% del salario promedio los últimos 15 años de vida laboral, cuando hombres y mujeres trabajan hasta la edad legal de retiro (65 años en el caso de los hombres y 60 en el de las mujeres). En este cuadro se presenta para cada escenario la probabilidad de que la pensión sea igual o superior a la pensión objetivo, o el nivel de confianza con el cual podemos asegurar que la pensión por alcanzar es superior a la pensión definida como objetivo. Se destaca en cursivas los valores en los cuales la probabilidad acumulada es superior a 95% y los demás no alcanzan 70 por ciento.

En el cuadro 3 se observa que el riesgo de no alcanzar pensiones suficientes es mucho mayor para las mujeres: sólo en 5 de los 27 pa-

**CUADRO 3. Probabilidad de que la pensión alcanzada sea mayor o igual a 70% del salario promedio de los últimos 15 años laborales**

Tasa Rf	Género	Tasa de desempleo = 8%			Tasa de desempleo = 10%			Tasa de desempleo = 12%		
		Premio por riesgo			Premio por riesgo			Premio por riesgo		
		5.0%	8.5%	12.0%	5.0%	8.5%	12.0%	5.0%	8.5%	12.0%
2%		8.98	26.64	54.06	7.84	23.80	52.00	7.52	23.16	50.22
4%	Mujer	42.82	84.84	89.54	39.40	70.32	88.74	38.04	67.58	88.24
6%		72.26	95.92	99.38	75.12	95.62	99.34	81.52	94.28	99.1
2%		49.48	77.90	94.00	46.80	77.00	93.04	44.86	73.98	92.22
4%	Hombre soltero	89.68	97.78	99.74	88.32	97.90	99.68	87.46	97.10	99.62
6%		99.38	99.92	100.00	99.20	99.94	100.00	99.20	99.84	100.00
2%		23.00	53.46	80.58	21.76	50.46	78.34	19.94	47.40	77.58
4%	Hombre casado	70.38	90.92	98.58	69.34	90.92	98.02	67.86	89.04	97.44
6%		96.60	99.58	99.98	95.82	99.58	99.90	95.26	99.22	99.90

noramas se tiene una confianza superior a 95% de alcanzar pensiones superiores a la objetivo, en contraste con los varones casados (alcanzan el objetivo en 12 de los 27 panoramas) o los solteros (15 de los 27). También se observa que en 12 de 27 panoramas las mujeres no tienen una confianza superior a 70% de alcanzar la pensión objetivo, en cambio los varones casados en 8 de los 27 panoramas y los solteros sólo en tres de los 27 casos no tienen ese nivel de confianza. Además, conviene tener presente que el caso base considerado corresponde a una persona que trabaja como dependiente toda su vida laboral y no considera falta de cotizaciones por ninguna otra razón que desempleo involuntario. Nótese que el retiro de la fuerza laboral para cuidar a los hijos, o familiares enfermos, no está considerado dentro de las estadísticas de empleo (y por tanto, tampoco en los parámetros de la simulación) lo que acrecenta el potencial riesgo al que se encuentran sometidas las mujeres.

El mayor riesgo soportado por los hombres casados respecto a los solteros es por el carácter legable de la anualidad. Al ser la pensión de los hombres casados heredable por sus cónyuges, las anualidades correspondientes cuestan más caras y por tanto, para un mismo monto capitalizado en el fondo de retiro, se puede comprar un menor beneficio. Un factor destacable en el análisis de los riesgos de estas pensiones es la concavidad de los mismos. Nótese que los casos de tasa de interés libre de riesgo y premio de mercado planteados son simétricos respecto al escenario medio; sin embargo los “valores en riesgo” caen de manera mucho más pronunciada, por ejemplo, para un descenso de 2 puntos respecto al promedio, en la tasa libre de riesgo que lo que suben para un alza de 2 puntos en la misma. El lema de la desigualdad de Jensen nos dice entonces que una política monetaria que no genere cambios en las tasas de interés libres de riesgo es en extremo importante para preservar el valor esperado de las pensiones. Asimismo, la volatilidad en el premio por riesgo es igualmente perjudicial y por tanto los gobiernos que adoptan regímenes de CD tienen una razón más para preocuparse por estabilizar sus mercados de capitales y aislarlos de potenciales efectos de contagio regionales. Esta es una razón más para promover la diversificación internacional de los fondos de pensión, inclusive las inversiones en mercados estables y no correlacionados con el mercado nacional.

Respecto al efecto de los factores de riesgo, claramente el factor que más influye de modo negativo, tanto para hombres como para mujeres, es la tasa libre de riesgo, ya que para los escenarios posibles con tasa libre de riesgo de 2%, en ninguno de los 27 panoramas se alcanza el beneficio definido equivalente a una confianza de 95%. Una medida en particular atractiva para medir distintos grados de exposición a diferentes riesgos y para diversos tipos de personas, según el tipo de simulación que realizamos, es la elasticidad arco. En efecto, la elasticidad arco de la probabilidad de alcanzar la pensión objetivo para cambios en la tasa libre de riesgo, en el caso de las mujeres, hombres solteros y hombres casados, es respectivamente:

$$\frac{(95.62\% \quad 23.80\%)/(70.32\%)}{2(2\%/4\%)} \quad 1.021$$

$$\frac{(99.94\% \quad 77.00\%)/(97.90\%)}{2(2\%/4\%)} \quad 0.234$$

$$\frac{(99.58\% \quad 50.46\%)/(90.92\%)}{2(2\%/4\%)} \quad 0.540$$

El efecto es atribuible en buena medida a la sensibilidad del valor de las rentas vitalicias a cambios en la tasa de interés. Como las mujeres tienen una mayor esperanza de vida que los hombres (según lo reflejan los datos actuariales utilizados), el efecto es mucho mayor en ellas.

La intuición de este resultado es que las mujeres son más propensas a alcanzar pensiones satisfactorias debido a que contribuyen cinco años menos, y los hombres casados son más vulnerables que los solteros, debido al mayor costo de su pensión por cargas a la fecha de retiro. Nuestros resultados son así congruentes con los de James, Cox-Edwards y Wong (2003), aun cuando dichos autores hacen notar, en un estudio basado en encuestas a hogares en Chile, Argentina y México, que el efecto de menores pensiones de mujeres es mitigado en parte por las políticas de gasto social dirigidas a los de menores ingresos, debido a que éstos son en su mayoría mujeres. El segundo factor de riesgo más importante es el efecto del premio por riesgo, dado que para el panorama en que el premio por riesgo es 5% (más

bajo), sólo en 6 de 27 panoramas se alcanza un nivel de confianza superior a 95%. Este riesgo también puede cuantificarse calculando una elasticidad arco, que en el caso de mujeres, hombres solteros y casados se estima en, respectivamente:

$$\frac{(88.74\% \quad 39.40\%)/(70.32\%)}{2(3.5\%/8.5\%)} \quad 0.852$$

$$\frac{(99.68\% \quad 88.32\%)/(97.90\%)}{2(3.5\%/8.5\%)} \quad 0.141$$

$$\frac{(98.02\% \quad 69.34\%)/(90.92\%)}{2(3.5\%/8.5\%)} \quad 0.383$$

El orden de magnitud correlativo se mantiene, en el sentido que las mujeres son más vulnerables que los hombres casados, y éstos a su vez que los hombres solteros, en lo que se refiere a la probabilidad de alcanzar pensiones razonables futuras. La menor sensibilidad ante cambios en el premio por riesgo comparado con la que se presenta ante cambios en la tasa de interés libre de riesgo es resultado de suponer que la  $\beta$  del fondo de pensiones es menor a 1.0.

Por último, el riesgo de desempleo es el que menos influye, dado que para la tasa de desempleo más desfavorable, en sólo 10 de los 27 panoramas la confianza no alcanza 95%. Las elasticidades arco en este caso para mujeres, hombres solteros y casados son, respectivamente:

$$\frac{(84.84\% \quad 67.58\%)/(70.32\%)}{2(2\%/10\%)} \quad 0.614$$

$$\frac{(97.78\% \quad 97.10\%)/(97.90\%)}{2(2\%/10\%)} \quad 0.017$$

$$\frac{(90.92\% \quad 89.04\%)/(90.92\%)}{2(2\%/10\%)} \quad 0.052$$

En conclusión, el riesgo asociado a la rentabilidad de los fondos de pensiones tiene un mayor efecto que el riesgo de desempleo. Este hecho es destacable, ya que el riesgo de desempleo surge como el menos preocupante, aun cuando nuestra simulación lo aplica de manera probablemente más realista, que el riesgo de desempleo de cada

individuo es mayor a la tasa de desempleo promedio de la economía.<sup>28</sup> Por tanto, aun cuando la probabilidad de desempleo es modelada de manera que representa un mayor riesgo para cada individuo, en comparación a la manera en que se introduce el riesgo de desempleo en Blake, Cairns y Dowd (2003), este aún es el menor de los riesgos de un sistema de pensiones de CD a nivel individual. Por otro lado, se ha encontrado que los gobiernos, con los sistemas de BD, tienden a disminuir el beneficio cuando la recaudación de los impuestos al trabajo disminuyen, con lo cual las diferencias en el riesgo de desempleo entre un sistema y el otro se verían relativamente disminuidas.

### CONCLUSIONES

En este trabajo hemos evaluado el riesgo al que estaban sometidas las pensiones de los afiliados al sistema de pensiones chileno, considerando un único fondo de pensiones (correspondiente al fondo C, en el que estaba todavía la gran mayoría de los afiliados del sistema a la fecha de este artículo). Nuestros resultados, al evaluar la incertidumbre de las pensiones futuras por medio del valor en riesgo (VR) con 95% de probabilidad de que los afiliados alcancen pensiones superiores al de referencia, son los siguientes: en el escenario base los hombres alcanzan (y superan) el objetivo con 95% de probabilidad pero las mujeres no. El sistema de CD introduce perjuicios significativos para las mujeres respecto al beneficio que recibirían en un régimen hipotético de BD con 70% del salario promedio de los últimos 15 años. Estos perjuicios se presentan para todo escenario y se deben principalmente a que ellas reciben pensiones sólo en función de lo que aportan y deben ahora pagar más que los hombres por cada peso de renta vitalicia al momento de transformar sus ahorros en una anualidad. El riesgo de inversión (expresado en variaciones de la tasa libre de riesgo y del premio por riesgo de mercado) tiene un mayor efecto que el riesgo de desempleo.

El beneficio conseguido por los contribuyentes es una función cóncava de la tasa libre de riesgo y el premio de mercado. Disminuciones en estas variables afectan considerablemente más, de manera

<sup>28</sup> Esto debido a que cuando el individuo está en situación de desempleo tiene una probabilidad condicional de seguir en ese estado en el periodo siguiente superior a la tasa de desempleo promedio de la economía.

negativa, que lo que las alzas lo hacen de manera positiva. De allí se infiere que, en la medida en que los fondos estén invertidos sobre todo en activos locales, el gobierno (banco central) afecta el bienestar de los futuros pensionados al tomar decisiones de tasa de interés. Lo mismo ocurre con el premio de mercado, lo cual señalaría la conveniencia de permitir a los fondos de pensión una diversificación internacional, incluyendo inversiones en mercados relativamente estables poco correlacionados con el mercado interno, y de buscar políticas destinadas a lograr mercados accionarios menos volátiles.

Finalmente, el efecto de los riesgos considerados es mayor para las mujeres y los hombres casados. Además, el ejercicio no considera el efecto de retiro temporal de la fuerza de trabajo debido a maternidad y cuidado de niños, por ejemplo, en el caso de las mujeres, sino sólo el efecto de desempleo que estadísticamente se considera involuntario. Si se desea que las mujeres mantengan el mismo beneficio que tendrían en un régimen de BD en sistema de reparto se deberían considerar modificaciones importantes al modelo chileno de pensiones. Las consecuencias de cualquier modificación en ese sentido pueden generar graves problemas de asignación de riesgo y deben primero ser evaluados.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abel, A. (2001), "The Social Security Trust Fund, the Riskless Interest Rate, and Capital Accumulation", J. Campbell y M. Feldstein (comps.), *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform*, Chicago, University of Chicago Press.
- Adams, C. (1999), "Older People Find Employers Put Youth before Experience", *The Financial Times*, 17 de enero.
- Avery, C., y P. Zemsky (1998), "Multidimensional Uncertainty and Herd Behavior in Financial Markets", *American Economic Review*, 88, núm. 4, septiembre, pp. 724 y ss.
- Benjamin, D., M. Gunderson y W. Ridell (2002), *Labour Markets Economics*, McGraw-Hill, Higher Education, 5a. edición.
- Blake, D. (1996), "On the Long Term Risk Facing Pension Schemes and Pension Fund in Europe", *Journal of Pension Management*, 1, abril, pp. 225-244.
- (1998), "Pension Schemes as Option on Pension Fund Asset: Implications for Pension Fund Management", *Insurance: Mathematics and Economics*, 23 (3), diciembre, pp. 263-286.

- Blake, D., A. Cairns y K. Dowd (2001), "Pensionmetrics: Stochastic Pension Plan Design and Value-at-Risk During the Accumulation Phase", *Insurance: Mathematics and Economics* 29, pp. 187-215.
- , — y — (2003), "Pensionmetrics II: Stochastic Pension Plan Design During the Distribution Phase", *Insurance: Mathematics and Economics* 33, pp. 29-47.
- , — y — (2004), "Pensionmetrics: Stochastic Pension Plan Design and Value-at-Risk During the Distribution Phase", *Insurance: Mathematics and Economics*.
- , B. Lehmann y A. Timmerman (1998), "Performance Clustering and incentives in the UK Pension Fund Industry", Discussion Paper PI-9901, The Pension Institute, Birbeck College, University of London, febrero.
- Blanchflower, D. (1996), "Youth Labor Markets in Twenty Three Countries: A Comparison Using Micro Data", D. Stern (comp.), *School to Work Transitions in OECD Countries: A Comparative Analysis*, Hampton Press.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.
- Boyle P. (1977), "Option: Monte Carlo Approach", *Journal of Financial Economics*, 4, pp. 323-338.
- Brennan, M., y E. Schwartz (1978), "The Pricing of Equity Linked Insurance Policies with an Asset Value Guarantee", *Journal of Financial Economics*, vol. 3, junio, pp. 195-213.
- , y R. Sollanki (1981), "Optimal Portfolio Insurance", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. XVI, núm. 3, pp. 279-300.
- Campbell, J., et al (2001), "Investing Retirement Wealth: A Life Cycle Model", J. Campbell y M. Feldstein (comps.), *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform*, Chicago, Chicago University Press.
- Copeland, T. E., y J. F. Weston (1988), *Financial Theory and Corporate Policy*, tercera edición, Adison-Wesley.
- Davies, J. (1981). "Uncertain Lifetime, Consumption, and Dissaving in Retirement", *Journal of Political Economy*, vol. 89, núm. 50, pp. 561-577.
- Detemple, J., R. García y M. Rindisbacher, "A Monte Carlo Method for Optimal Portfolios", *Journal of Finance*, próxima publicación.
- Diamond, P., y J. Geanakoplos (1999), "Social Security Investment in Equities I: Linear Case", National Bureau of Economic Research, Working Paper núm. 7103.
- Dobbs, C. (2004), "Patterns of Pay: Results of the Annual Survey of Hours and Earnings 1998-2004", Report of the Employment, Earnings and Productivity Division Office for National Statistics.
- Edwards, G. (1997), "Introducción al análisis de rentas vitalicias", Instituto de Economía, PUC, Trabajo Docente núm. 58, abril.
- Elton y Gruber (1995), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, quinta edición, John Wiley&Sons.



- Engle, R. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrics* 50, páginas 987-1007.
- Feldstein, M. (2000), "Comment on P. Diamond, Administrative Costs and Equilibrium Charges with Individual Accounts", J. Shoven (comp.), *Administrative Aspects of Investment-Based Social Security Reform*, Chicago, University of Chicago Press.
- , y J. Liebman (2001), "Social Security", National Bureau of Economic Research, Working Paper 8451.
- , y E. Rangelova, "Individual Risk in an Investment Based Social Security System", *American Economic Review*, próxima publicación.
- French, K., W. Schwert y R. Stambaugh (1987), "Expected Stock Return and Volatility", *Journal of Financial Economics*, 19, pp. 3-29.
- Giovannini, A., y P. Jorion (1989), "The Time Variation of Risk and Return in the Foreign Exchange and Stock Market", *Journal of Finance* 44, páginas 307-325.
- Gourinchas, P., y J. Parker (1997), "Consumption Over the Life Cycle", Working Paper, <http://citeseer.nj.nec.com/515229.html>.
- Gregory, R. (1999), "Competing with Dad: Changes in the Intergenerational Distribution of Male Labour Market Income", Center for Economic Policy Research. Discussion Paper 400, Australian National University.
- Haindl, E. (1985), "Un modelo para la determinación de flujos y parámetros dinámicos en el mercado del trabajo", *Estudios de Economía*, primer trimestre.
- Hendrikson, D., y R. Merton (1981), "On Market Timing and Investment Performance II. Statistical Procedures for Evaluating Forecasting Skills", *Journal of Business*, octubre.
- Hsieh, D. (1988), "The Statistical Properties of Daily Foreign Exchange", *Journal of International Economics* 24, pp. 129-145.
- James, E., A. Cox-Edwards y R. Wong (2003), "The Gender Impact of Pension Reform", World Bank Research Working Paper 3074.
- Jensen, M. (1968), "The Performance of Mutual Fund in the Period 1945-1964", *Journal of Finance*, vol. 23, núm. 1, mayo, pp. 167-247.
- Jorion, P. (2001), *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, segunda edición, Nueva York, McGraw-Hill.
- Kotlikoff, L., K. Smetters y J. Walliser (2001), "Finding a Way Out of America's Demographic Dilemma", National Bureau of Economic Research, Working Paper 8259.
- Kouwenberg, R., y T. Vorst (1998), "Dynamic Portfolio Insurance: A Stochastic Programming Approach", Working Paper Erasmus Center for Financial Research Report 9909.
- Kritzer, B. (2003), "Social Security Reform in Central and Eastern Europe: Variations on a Latin American Theme", *Social Security Bulletin*, vol. 64, núm. 4.

- Larrañaga, O., y R. Paredes (1999), "Unemployment and Wages in Chile: A Synthetic Cohort Analysis", *Cuadernos de Economía*, Latin American Journal of Economics.
- Leland, H. (1980), "Who Should Buy Portfolio Insurance?", *Journal of Finance*, vol. 35, pp. 581-595.
- Lo, A., y C. MacKinlay (1988), "Stock Market Prices Do not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test", *Review of Financial Studies*, pp. 41-66.
- Maturana, G., y E. Walter (1999), "Rentabilidades, comisiones y desempeño en la industria chilena de fondos mutuos", *Estudios Públicos*, 73, verano.
- McHale, J. (2001), "The Risk of Social Security Benefit Reductions: Some International Evidence", J. Campbell y M. Feldstein (comps.), *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform*, University of Chicago Press.
- Merton, R. (1969), "Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous Case", *The Review of Economics and Statistics*, 51, agosto, pp. 247-257.
- (1971), "Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model", *Journal of Economic Theory*, 3, diciembre, pp. 373-413.
- (1983), "On the Role of Social Security as a Means for Efficient Risk Sharing in an Economy Where Human Capital is Not Tradable", Z. Bodie, J. Shoven y D. Wise (comps.), *Issues in Pension Economics*, Chicago, University of Chicago Press.
- Modigliani, F., y R. Brumberg (1954), "Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data", Kenneth K. Kurihara (comp.), *Post-Keynesian Economics*, New Brunswick, Rutgers University Press.
- , y A. Ando (1963), "The Life Cycle Hypothesis of Saving: Aggregate Implications and Test", *American Economic Review*, marzo, 53, pp. 55-84.
- Phelps, E. S. (1962), "The Accumulation of Risky Capital: A Sequential Utility Analysis", *Econometrica*, 30, pp. 729-743.
- Poterba, J., y L. Summers (1988), "Mean Reversion in Stock Return: Evidence and Implication", *Journal of Financial Economics*, pp. 27-60.
- Rangel, A., y R. Zeckhauser (2001), "Can Market and Voting Institutions Generate Optimal Intergenerational Risk Sharing?", J. Campbell y M. Feldstein (comps.), *Risk Aspects of Investment-Based Social Security Reform*, Chicago, University of Chicago Press.
- Samuelson, P. (1969), "Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic", *Programming*, 51, agosto, pp. 239-246.
- (1994), "The Long-Term Case for Equities and How it Can be Oversold", *Journal of Portfolio Management*, otoño, pp. 15-24.
- Sharpe, W. (1966), "Mutual Fund Performance", *Journal of Business*, vol. 39, núm. 1, pp. 119-138.
- (1969), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, 19, pp. 425-442.

- Silberberg, E. (1990), *The Structure of Economics a Mathematical Analysis*, Nueva York, McGraw-Hill.
- Tobin, J. (1965), "The Theory of Portfolio Selection", F. H. Hahn y F. P. R. Brechling (comps.), *The Theory of Interest Rates*, Londres, MacMillan.
- Treynor, J. (1965), "How to Rate Management of Investment Funds", *Harvard Business Review*, vol. 43, núm. 1, pp. 63-75.
- Treynor, L., y K. Mazuy (1986), "Can Mutual Funds Outguess the Market?", *Harvard Business Review*.
- Vasicek, O. E. (1997), "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 177-188.
- Vergard, Skirbekk (2003), "Age and Individual Productivity: A Literature Survey", Max Planck Institute for Demographic Research, Alemania, MPIDR Working Paper WP 2003-023, agosto.
- Walker, E. (1993a), "Desempeño financiero de las carteras accionarias de los fondos de pensiones", *Cuadernos de Economía*, año 30, núm. 89.
- (1993b), "Desempeño financiero de las carteras de renta fija de los fondos de pensiones. ¿Es desventajoso ser grande?", *Cuadernos de Economía*, núm. 89.
- , y G. Maturana (2002), "Estilos, *timing* e imitación en los fondos mutuos accionarios chilenos", *Revista de Análisis Económico*, vol. 17, pp. 71-101.
- Zurita, S. (1994), "Minimum Pension Insurance in the Chilean Pension System", *Revista de Análisis Económico*.
- , y C. Jara (1999), "Desempeño financiero de los fondos de pensiones", *Estudios Públicos*, 74, otoño, pp. 227-254.